Расчет блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки под действием нагрузки, приложенной в вершинах пластины

И.А.Краснобаев, И.А. Маяцкая, Икуру Годфрей Аарон, В.В. Семисенко

Рассмотрим поведение блока составной конструкции (рис. 1) под действием нагружения лишь в одной вершине пластины [1]-[10].

Рассмотрим шестиугольную пластину (тело I), к которой нагрузка приложена в точке A_1 и соответственно в точке B_1.

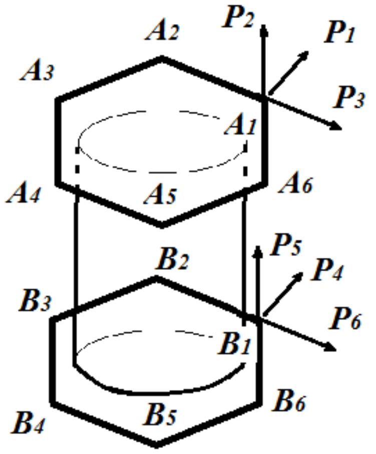

Рис. 1. – Схема нагружения составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки: P_1 и P_2 – симметричное нагружение и P_3– кососимметричное нагружение узла A_1; P_4 и P_5 – симметричное нагружение и P_6 – кососимметричное нагружение узла B_1; $\overline{P} = (P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6)$– вектор нагрузки.

Пусть точка A_1 приложена на том же самом радиуса, что и точка B_1. Найдем перемещения для тела I. Введем обозначения: $u_{к1}^{I}$– перемещение тела I вдоль первой координатной оси от нагрузок, действующих в точках A_1 и B_1 в *к*-ом блоке; $u_{к2}^{I}$– перемещение тела I вдоль второй координатной оси от нагрузок, действующих в точках A_1 и B_1 в *к*-ом блоке ; $u_{к3}^{I}$– аналогично вдоль третьей координатной оси ; $u_{кj}^{Ii}$– перемещение тела I вдоль *j* -той координатной оси от нагрузки P_i. Тогда имеет место соотношение:

$$u_{\kappa1}^{I} = u_{\kappa1}^{I1} + u_{\kappa1}^{I2} + u_{\kappa1}^{I3} + u_{\kappa1}^{I4} + u_{\kappa1}^{I5} + u_{\kappa1}^{I6};$$

$$u_{\kappa2}^{I} = u_{\kappa2}^{I1} + u_{\kappa2}^{I2} + u_{\kappa2}^{I3} + u_{\kappa2}^{I4} + u_{\kappa2}^{I5} + u_{\kappa2}^{I6};$$

$$u_{\kappa3}^{I} = u_{\kappa3}^{I1} + u_{\kappa3}^{I2} + u_{\kappa3}^{I3} + u_{\kappa3}^{I4} + u_{\kappa3}^{I5} + u_{\kappa3}^{I6}; \;\; (i = 1,2,...,6;\, j = 1,2,3). \tag{1}$$

Введем аппроксимирующие функции $\varPhi_{\kappa j}^{Ii}$ и коэффициенты a_{kj}^{Ii}, полученные после решения системы уравнений([8]–[9]):

$$\frac{\partial \varPi}{\partial a_{\kappa j,rs}^{ni}} = {}^{l}M_{kj}^{ni} \cdot {}^{l}a_{kj}^{ni} - {}^{l}N_{kj}^{ni} \cdot {}^{l}P_{k}^{i} = 0, \tag{2}$$

где $n = I, II, III$ – номер тела; $l = 1$ – номер нагружения пары соответствующих вершин; $i = 1,2,...6$ – номер нагружения; $k = 1,2,...$ – номер блока; $j = 1,2,3$ – номер координатной оси.

Выразим перемещения через функции $\varPhi_{\kappa j}^{Ii}$ и a_{kj}^{Ii} ([8]–[9]):

$$u_{\kappa j}^{I1} = \varPhi_{\kappa j}^{I1} a_{kj}^{I1}; \qquad u_{\kappa j}^{I2} = \varPhi_{\kappa j}^{I2} a_{kj}^{I2};$$

$$u_{\kappa j}^{I3} = \varPhi_{\kappa j}^{I3} a_{kj}^{I3}; \qquad u_{\kappa j}^{I4} = \varPhi_{\kappa j}^{I4} a_{kj}^{I4};$$

$$u_{\kappa j}^{I5} = \varPhi_{\kappa j}^{I5} a_{kj}^{I5}; \qquad u_{\kappa j}^{I6} = \varPhi_{\kappa j}^{I6} a_{kj}^{I6}. \tag{3}$$

В результате получаем:

$$u_{\kappa1}^{I} = \varPhi_{\kappa1}^{I1} a_{k1}^{I1} + \varPhi_{\kappa1}^{I2} a_{k1}^{I2} + \varPhi_{\kappa1}^{I3} a_{k1}^{I3} + \varPhi_{\kappa1}^{I4} a_{k1}^{I4} + \varPhi_{\kappa1}^{I5} a_{k1}^{I5} + \varPhi_{\kappa1}^{I6} a_{k1}^{I6};$$

$$u_{\kappa2}^{I} = \varPhi_{\kappa2}^{I1} a_{k2}^{I1} + \varPhi_{\kappa2}^{I2} a_{k2}^{I2} + \varPhi_{\kappa2}^{I3} a_{k2}^{I3} + \varPhi_{\kappa2}^{I4} a_{k2}^{I4} + \varPhi_{\kappa2}^{I5} a_{k2}^{I5} + \varPhi_{\kappa2}^{I6} a_{k2}^{I6}; \tag{4}$$

$$u_{\kappa3}^{I} = \varPhi_{\kappa3}^{I1} a_{k3}^{I1} + \varPhi_{\kappa3}^{I2} a_{k3}^{I2} + \varPhi_{\kappa3}^{I3} a_{k3}^{I3} + \varPhi_{\kappa3}^{I4} a_{k3}^{I4} + \varPhi_{\kappa3}^{I5} a_{k3}^{I5} + \varPhi_{\kappa3}^{I6} a_{k3}^{I6}.$$

В матричном виде эти соотношения имеют следующий вид:

$$ {}^{\mathbf{l}}\mathbf{u}_{\mathbf{\kappa}}^{\mathbf{I}} = \begin{pmatrix} u_{\kappa1}^{I} \\ u_{\kappa2}^{I} \\ u_{\kappa3}^{I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varPhi_{\kappa1}^{I} & 0 & 0 \\ 0 & \varPhi_{\kappa2}^{I} & 0 \\ 0 & 0 & \varPhi_{\kappa3}^{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{k1}^{I} \\ a_{k2}^{I} \\ a_{k3}^{I} \end{pmatrix}$$

или $${}^{\mathbf{l}}\mathbf{u}_{\mathbf{\kappa}}^{\mathbf{I}} = {}^{\mathbf{l}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{\kappa}}^{\mathbf{I}} \cdot {}^{\mathbf{l}}\mathbf{a}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{I}}, \tag{5}$$

где ${}^{\mathbf{l}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{к}}^{\mathbf{I}}$ – матрица аппроксимирующих функций в k блоке для тела I при нагружении пары соответствующих вершин тела III и тела I; ${}^{\mathbf{l}}\mathbf{a}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{I}}$ – матрица коэффициентов в k блоке для тела I для всех нагрузок, полученных при решении системы уравнений (2). Аналогично получаем матричные уравнения для перемещений любой точки для тел II и III: цилиндрической оболочки и подкрепляющей окантовки:

$$ {}^{\mathbf{l}}\mathbf{u}_{\mathbf{к}}^{\mathbf{II}} = {}^{\mathbf{l}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{к}}^{\mathbf{II}} \cdot {}^{\mathbf{l}}\mathbf{a}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{II}} \quad \text{и} \quad {}^{\mathbf{l}}\mathbf{u}_{\mathbf{к}}^{\mathbf{III}} = {}^{\mathbf{l}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{к}}^{\mathbf{III}} \cdot {}^{\mathbf{l}}\mathbf{a}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{III}}. \tag{6} $$

Для окантовки новые аппроксимирующие функции не были введены, а перемещения ее выражались через перемещения цилиндрической оболочки (тела II):

$$ {}^{\mathbf{l}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{к}}^{\mathbf{III}} = {}^{\mathbf{l}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{к}}^{\mathbf{II}}\Big|_{z=H} \quad \text{и} \quad {}^{\mathbf{l}}\mathbf{a}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{III}} = {}^{\mathbf{l}}\mathbf{a}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{II}}. $$

В результате перемещение любой точки k блока от нагружения пары соответствующих вершин равно

$$ {}^{\mathbf{l}}\mathbf{u}_{\mathbf{к}} = \begin{pmatrix} {}^{\mathbf{l}}\mathbf{u}_{\mathbf{к}}^{\mathbf{I}} \\ {}^{\mathbf{l}}\mathbf{u}_{\mathbf{к}}^{\mathbf{II}} \\ {}^{\mathbf{l}}\mathbf{u}_{\mathbf{к}}^{\mathbf{III}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^{\mathbf{l}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{к}}^{\mathbf{I}} & 0 & 0 \\ 0 & {}^{\mathbf{l}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{к}}^{\mathbf{II}} & 0 \\ 0 & 0 & {}^{\mathbf{l}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{к}}^{\mathbf{III}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^{\mathbf{l}}\mathbf{a}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{I}} \\ {}^{\mathbf{l}}\mathbf{a}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{II}} \\ {}^{\mathbf{l}}\mathbf{a}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{III}} \end{pmatrix} $$

или $$ {}^{\mathbf{l}}\mathbf{u}_{\mathbf{к}} = {}^{\mathbf{l}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{к}} \cdot {}^{\mathbf{l}}\mathbf{a}_{\mathbf{k}}. $$

(7)

Из соотношения (2) коэффициенты равны: $ {}^{l}a_{kj}^{ni} = \left(M_{kj}^{ni}\right)^{-1} \cdot N_{kj}^{ni} \cdot P_{k}^{i}, $

(8)

После преобразований получаем

$$
{}^{\mathbf{l}}\mathbf{a_к} = \begin{pmatrix} {}^{\mathbf{l}}\mathbf{a_к^{I}} \\ {}^{\mathbf{l}}\mathbf{a_к^{II}} \\ {}^{\mathbf{l}}\mathbf{a_к^{III}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\mathbf{M_k^n}\right)^{\mathbf{-1}} \cdot \mathbf{N_k^n} \\ \left(\mathbf{M_k^n}\right)^{\mathbf{-1}} \cdot \mathbf{N_k^n} \\ \left(\mathbf{M_k^n}\right)^{\mathbf{-1}} \cdot \mathbf{N_k^n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_k^1 \\ P_k^2 \\ P_k^3 \\ P_k^4 \\ P_k^5 \\ P_k^6 \end{pmatrix} \quad \text{или}
$$

$$
{}^{\mathbf{l}}\mathbf{a_k} = \left(\left(\mathbf{M_k}\right)^{\mathbf{-1}} \cdot \mathbf{N_k}\right) \cdot {}^{\mathbf{l}}\mathbf{P_к}, \tag{9}
$$

где $\left(\mathbf{M_k}\right)^{\mathbf{-1}} \cdot \mathbf{N_k} = \begin{pmatrix} \left(\mathbf{M_k^{I}}\right)^{\mathbf{-1}} \cdot \mathbf{N_k^{I}} \\ \left(\mathbf{M_k^{II}}\right)^{\mathbf{-1}} \cdot \mathbf{N_k^{II}} \\ \left(\mathbf{M_k^{III}}\right)^{\mathbf{-1}} \cdot \mathbf{N_k^{III}} \end{pmatrix}$ и

$\left({}^{\mathbf{l}}\mathbf{P_к}\right)^T = \begin{pmatrix} P_k^1 & P_k^2 & P_k^3 & P_k^4 & P_k^5 & P_k^6 \end{pmatrix}$.

Перемещение любой точки k блока можно выразить через нагрузку, приложенную в соответствующей паре вершин:

$$
{}^{\mathbf{l}}\mathbf{u_к} = {}^{\mathbf{l}}\mathbf{\Phi_к} \cdot \left(\mathbf{M_k}\right)^{\mathbf{-1}} \cdot \mathbf{N_k} \cdot {}^{\mathbf{l}}\mathbf{P_к}. \tag{10}
$$

Можно рассмотреть деформированное состояние данного блока под действием нагрузки во всех вершинах шестиугольной пластины.

Литература:

1. Амосов А.А. Техническая теория тонких упругих оболочек. [Текст]: Монография/ Амосов А.А. – М.:АСВ, 2009, – 332 с.

2. Филин А.П. Элементы теории оболочек[Текст]: Монография/ Филин А.П..– Л.:Стройиздат, 1975, – 256 с.

3. Огибалов П.М., Колтунов М.Л. Оболочки и пластины[Текст]: Монография/ Огибалов П.М., Колтунов М.Л.–М.:МГУ, 1969, – 696 с.

4. Calladine C.R. Theory of shell structures.[Text]: Monograph/ Calladine C.R. – N.Y.: Cambridge University Press, 1989, –788 p.

5. Zingoni A. Shell structures in civil and mechanical engineering.[Text]: Monograph/ Zingoni A. – N.Y.: Thomas Telford Publishing, 1997, –351 p.

6. Маяцкая И.А.,Краснобаев И.А.,Икуру Годфрей Аарон Прочностной расчет блока составной конструкции из шестиугольной пластины, круговой цилиндрической оболочки и отбортовки. [Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа: http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1667 (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

7. Маяцкая И.А.,Краснобаев И.А.,Икуру Годфрей Аарон Определение потенциальной энергии шестиугольной отбортовки блока составной конструкции, состоящей из основания в форме шестиугольной пластины, жестко связанной с круговой цилиндрической оболочкой. [Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа: http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1668 (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

8. Краснобаев И.А.,Маяцкая И.А., Икуру Годфрей Аарон Энергия деформации составной конструкции, состоящей из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки. [Электронный ресурс]// «Науковедение», 2013 №3(16). – Режим доступа: http://www.naukovedenie.ru. /10ТРГСУ313 (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

9. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Икуру Годфрей Аарон Нагружение блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки. [Электронный ресурс]// «Науковедение», 2013 №3(16). – Режим доступа: http://www.naukovedenie.ru./11ТРГСУ313 (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

10. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. [Текст]: Монография/ Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. –М.:Наука, 1966, – 636 с.