

Структурные модели систем передачи с частотным мультиплексированием, применяющих целочисленное модифицированное дискретное преобразование Хаара

И.А. Калмыков, Н.К. Чистоусов, Н.И. Калмыкова, Д.В. Духовный
Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь

Аннотация: Методы частотного мультиплексирования (Orthogonal Frequency Division Multiple Access OFDM) стали основной базой для большинства беспородных систем. Данные методы также нашли применение и в современных системах низкоорбитального спутникового интернета (СНСИ). Например, в системе StarLink применяются сигналы OFDM, которые для передачи данных используют кадр-сигнал, состоящий из пятидесяти двух каналов. Одним из путей, обеспечивающих повышение скорости передачи данных в OFDM, является замена преобразования Фурье (ПФ) на более быстрое ортогональное преобразование. В качестве такого было выбрано модифицированное вейвлет-преобразование (МВП) Хаара. МВП Хаара позволяет сократить число арифметических операций при ортогональном преобразовании сигнала по сравнению с ПФ. Использование целочисленных алгебраических систем, таких, как поля Галуа и модулярные коды классов вычетов (МККВ), позволяет обеспечить увеличение быстродействия вычислительного устройства, выполняющего ортогональные преобразования сигналов. Очевидно, что переход к новым алгебраическим системам должен привести к изменениям в структуре систем OFDM. Поэтому разработка структурных моделей системы передачи OFDM, использующей МВП Хаара в поле Галуа и МККВ, относится к актуальным задачам. Следовательно, целью работы является разработка структурных моделей беспроводных систем OFDM, использующих модифицированное целочисленное дискретное преобразование Хаара, позволяющее уменьшить время выполнения ортогонального преобразования сигнала. А это, в свою очередь, приведет к увеличению скорости передачи данных в СНСИ.

Ключевые слова: Ортогональное частотное мультиплексирование, модификация вейвлет-преобразования Хаара, структурные модели выполнения МВП Хаара, поле Галуа, модулярные коды класса вычетов.

Введение

Технология передачи данных, использующая методы ортогонального частотного мультиплексирования (Orthogonal Frequency Division Multiple Access - OFDM), получила широкое распространение в современных беспроводных системах. Выбор методов OFDM связан с тем, что они способны обеспечить высокие параметры скорости передачи данных и спектральной эффективности канала [1, 2]. Данное утверждение справедливо и для системы низкоорбитального спутникового интернета (далее СНСИ).

Так, в СНСИ StarLink для организации доступа к интернет-ресурсам применяются сигналы OFDM, содержащие до 52 информационных подканалов [3-5]. Особое место среди методов, направленных на повышение скорости передачи данных в OFDM, занимают методы, позволяющие уменьшить время, необходимое для цифровой обработки сигналов (далее ЦОС). В работах [6-8] рассмотрены примеры использования в системах OFDM вейвлет-преобразований (далее ВП) вместо быстрых преобразований Фурье (далее БПФ). Применение более компактного носителя улучшает такие показатели, как спектральная эффективность и скорость передачи данных. В работе [8] представлена математическая модель вычисления модифицированного вейвлет-преобразования (далее МВП) Хаара в поле Галуа. Для дальнейшего снижения временных затрат на ЦОС в системах OFDM необходимо переходить к параллельным вычислениям на основе модулярных кодов класса вычетов (далее МККВ). Очевидно, что применение целочисленных алгебраических систем должно привести к изменениям в структуре систем OFDM. Поэтому разработка структурных моделей системы передачи OFDM, использующей МВП Хаара в поле Галуа и МККВ, относится к актуальным задачам. В этом случае, целью работы является разработка структурных моделей беспроводных систем OFDM, использующих модифицированное целочисленное дискретное преобразование Хаара, и позволяющих уменьшить время выполнения ортогонального преобразования сигнала. А это, в свою очередь, приведет к увеличению скорости передачи данных в СНСИ.

Материал и методы исследования

Прежде чем перейдем к разработке структурных моделей систем OFDM, рассмотрим математическую модель модифицированного целочисленного дискретного преобразования Хаара, построенную с использованием МККВ.

1. Принципы построения параллельных кодов МККВ

Известно, что параллельные арифметические коды, а к ним относятся МККВ, используются для уменьшения временных интервалов, в течение которых выполняются операции сложения, вычитания и умножения [9-12]. Модулярные коды классов вычетов относятся к непозиционным кодам, в которых разрешенные комбинации представляют собой набор, состоящий из k остатков. Чтобы получить такую комбинацию, используется набор простых чисел p_i , $i = 1, 2, \dots, k$. Применяя данные основания, вычисляем остатки целого числа G . Тогда комбинация МККВ имеет вид:

$$G = (g_1, \dots, g_{k-1}, g_k). \quad (1)$$

где $g_i \equiv G \pmod{p_i}$; $i = 1, 2, \dots, k$.

При этом должно выполняться условие, что число D не превысит рабочий диапазон МККВ, который задается равенством:

$$P_k = \prod_{i=1}^k p_i. \quad (2)$$

Пусть заданы два целых числа G и U , которые $\{G, U\} < P_k$. Как отмечалось в [9,10], модульные операции, а к ним относятся сложение, вычитание и умножение, с двумя целыми числами $G = (g_1, \dots, g_{k-1}, g_k)$ и $U = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_k)$, можно записать в виде равенств:

$$G + U = \left(|g_1 + u_1|_{p_1}^+, \dots, |g_{k-1} + u_{k-1}|_{p_{k-1}}^+, |g_k + u_k|_{p_k}^+ \right), \quad (3)$$

$$G - U = \left(|g_1 - u_1|_{p_1}^+, \dots, |g_{k-1} - u_{k-1}|_{p_{k-1}}^+, |g_k - u_k|_{p_k}^+ \right), \quad (4)$$

$$G \cdot U = \left(|g_1 \cdot u_1|_{p_1}^+, \dots, |g_{k-1} \cdot u_{k-1}|_{p_{k-1}}^+, |g_k \cdot u_k|_{p_k}^+ \right), \quad (5)$$

где $u_i \equiv U \pmod{p_i}$; $i = 1, 2, \dots, k$.

Анализ равенств (3-4) показывает, что модулярные коды классов вычетов относятся к параллельным кодам, так как эти операции выполняются независимо по основаниям. При этом, соответствующие остатки g_i и u_i , где

$i = 1, 2, \dots, k$, складываются, умножаются и вычитаются только по i -му модулю МККВ. Значит, применение МККВ позволит снизить временные затраты на вычисление вейвлета Хаара, который использует только модульные операции.

2. Математическая модель МВП Хаара, построенная с использованием МККВ

Для разработки математической модели МВП Хаара, построенной с использованием МККВ, нужно воспользоваться базисными функциями $h_n(z)$. Для их получения должны выполняться следующие условия [13]. Первое условие:

$$z \in [0, 1]. \quad (6)$$

Второе условие состоит в том, что для данного непрерывного интервала выбираются значения n , для которых, при $N = 2^l$, справедливо:

$$0 \leq n \leq N - 1, \quad (7)$$

После этого, для каждого значения индекса n , необходимо задать две переменные D, E , которые определяются следующим образом:

$$0 \leq D \leq L - 1. \quad (8)$$

$$E = \begin{cases} 0, 1 & D = 0. \\ 1 \leq E \leq 2^l & D \neq 0. \end{cases} \quad (9)$$

При этом необходимо выполнение равенства:

$$n = 2^D + E - 1. \quad (10)$$

Используя эти переменные, можно генерировать базисные функции МВП Хаара. При этом должно обеспечиваться условие (6). Так, если значение $n = 0$, получаем базисную функцию:

$$h_0(z) = h_{00}(z) = (N)^{-0.5}. \quad (11)$$

Для генерации остальных базисных функций МВП Хаара справедливо:

$$h_n(z) = h_{DE}(z) = \frac{2^{\frac{l}{2}}}{\sqrt{N}} \begin{cases} 1, & \frac{E-1}{2^D} \leq z < \frac{E-0,5}{2^D} \\ -1, & \frac{E-0,5}{2^D} \leq z < \frac{E}{2^D} \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (12)$$

Из последних двух выражений видно, что часть коэффициентов Хаара является иррациональными числами. Поэтому, при использовании ВП Хаара для обработки сигналов, будет иметь место эффект накопления ошибок округления. Все это негативно сказывается на временных затратах, необходимых для реализации ВП Хаара. Устранить данные недостатки можно за счет использования целочисленных алгебраических систем, реализованных в конечных полях. В работе [8] представлена математическая модель модифицированного ВП Хаара в $GF(p)$. Переход к вычислениям в $GF(p)$ повысил скорость реализации операций сложения, вычитания и умножения за счет использования LUT-таблиц. В этом случае, операнды подаются на вход LUT-таблиц, с выхода которых снимаются результаты этих операций. Таким образом, данные операции выполняются за один такт работы LUT-таблиц. Результаты выполнения моделирования на ПЛИС показали, что использование математической модели модифицированного ВП Хаара в $GF(p)$ привело к сокращению временных затрат на ЦОС в 1,51 раза, по сравнению с БПФ.

Дальнейшее сокращение временных затрат на ЦОС в системах OFDM можно производить за счет перехода к МККВ. Обобщая полученный результат [5], и переходя к сумме полей Галуа, получаем базовую матрицу МВП Хаара в МККВ в виде:

$$\left(\begin{array}{cc} |h_0|_{p_i}^+ = (\sqrt{2})^{-1} \bmod p_i & |h_1|_{p_i}^+ = (\sqrt{2})^{-1} \bmod p_i \\ |g_0|_{p_i}^+ = (-\sqrt{2})^{-1} \bmod p_i & |g_1|_{p_i}^+ = (\sqrt{2})^{-1} \bmod p_i \end{array} \right), \quad (13)$$

где $i = 1, 2, \dots, k$.

Составим математическую модель выполнения модифицированного дискретного преобразования Хаара с использованием МККВ. Для того, чтобы представить аппроксимирующие и детализирующие коэффициенты МВП в МККВ необходимо их умножить на константу $V = 2^w$, где $w = 1, 2, \dots$

Тогда аппроксимирующие и детализирующие коэффициенты имеют вид:

$$|g_0^*|_{p_i} = (p_i - \lfloor Vg_0 \rfloor) \bmod p_i, \quad |g_1^*|_{p_i} = \lfloor Vg_1 \rfloor \bmod p_i \quad (14)$$

$$|h_0^{*+}|_{p_i} = \lfloor Vh_0 \rfloor \bmod p_i, \quad |h_1^{*+}|_{p_i} = \lfloor Vh_1 \rfloor \bmod p_i \quad (15)$$

где $i = 1, 2, \dots, k$.

Тогда математическая модель выполнения прямого МВП Хаара в МККВ для входного вектора из $N = 8$ отсчетов имеет вид:

$$|Y|_{p_i}^+ = |MWH|_{p_i}^+ \times |R|_{p_i}^+ = \begin{bmatrix} |h_0^{*+}|_{p_i} & |h_1^{*+}|_{p_i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ |g_0^{*+}|_{p_i} & |g_1^{*+}|_{p_i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & |h_0^{*+}|_{p_i} & |h_1^{*+}|_{p_i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & |g_0^{*+}|_{p_i} & |g_1^{*+}|_{p_i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & |h_0^{*+}|_{p_i} & |h_1^{*+}|_{p_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & |g_0^{*+}|_{p_i} & |g_1^{*+}|_{p_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & |h_0^{*+}|_{p_i} & |h_1^{*+}|_{p_i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & |g_0^{*+}|_{p_i} & |g_1^{*+}|_{p_i} \end{bmatrix} \times |R_i|_{p_i}^+ \quad (16)$$

где $|MWH|_{p_i}^+$ – матрица МВП Хаара, представленная в МККВ; $|R|_{p_i}^+$ и $|Y|_{p_i}^+$ – входной и выходной вектора МВП, представленные в МККВ; $i = 1, 2, \dots, k$.

Так, при выполнении прямого МВП Хаара в МККВ, реализованного с помощью (19) для сигнала $R = \{R(1), R(2), \dots, R(8)\}$, получаем разложение:

$$|Y(R)|_{p_i}^+ = \left\{ |a_1|_{p_i}^+, |d_1|_{p_i}^+, |a_2|_{p_i}^+, |d_2|_{p_i}^+, |a_3|_{p_i}^+, |d_3|_{p_i}^+, |a_4|_{p_i}^+, |d_4|_{p_i}^+ \right\}, \quad (17)$$

где a_j – аппроксимирующий коэффициент МВП Хаара; d_j – детализирующий коэффициент МВП Хаара; $|a_j|_{p_i}^+ \equiv a_j \bmod p_i$;

$|d_j|_{p_i}^+ \equiv d_j \bmod p_i$ $i = 1, 2, \dots, k$.

Так как в состав коэффициентов Хаара входят отрицательные числа, то для их реализации в МККВ воспользуемся представлением отрицательных чисел в рабочем диапазоне. Так как они находятся в интервале от $P_k/2$ до $P_k - 1$, то их значение равно: $-Y \bmod P_k = P_k - Y$ [9, 10].

3. Структурные модели систем OFDM

На рисунке 1 показана структурная модель системы OFDM, в которой в качестве ортогонального преобразования сигналов применяют БПФ.

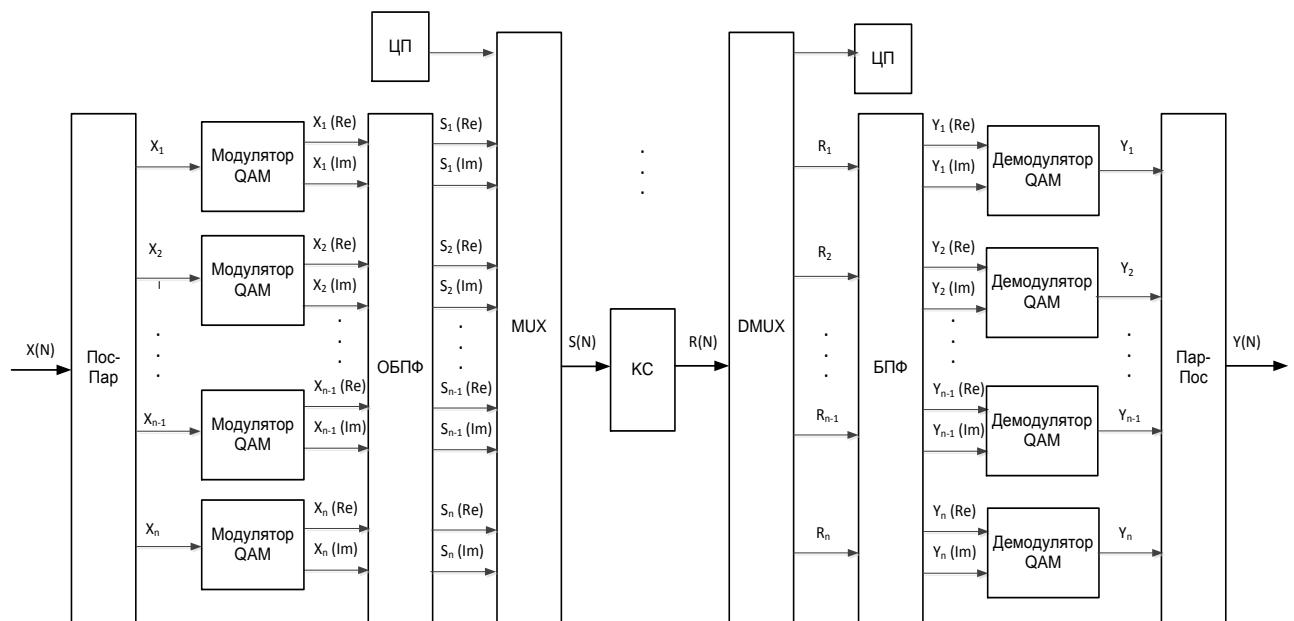


Рис. 1. - Структурная модель системы OFDM на основе БПФ

Для выполнения БПФ, последовательный входной вектор, который был преобразован на n параллельных каналов $X(N) = \{X_1, X_2, \dots, X_{n-1}, X_n\}$ с помощью блока Пос-Пар, поступает на вход модуляторов QAM. С выходов данных модуляторов снимается комплексный сигнал $\{X_j(\text{Re}), X_j(\text{Im})\}$, где $j = 1, 2, \dots, n$. Полученные данные рассматриваются как спектр, к которому применяется обратное быстрое преобразование Фурье (ОБПФ). Затем полученные временные отсчеты сигналов $\{S_1, S_2, \dots, S_{n-1}, S_n\}$ поступают на

вход мультиплексора (MUX). К ним добавляется циклический префикс (ЦП). Данный сигнал $S(N) = ЦП + \{S_1, S_2, \dots, S_{n-1}, S_n\}$ передается в канала связи.

Так как в дискретном канале связи $h(N)$ существует помеха, то на вход приемника поступает сигнал:

$$R(N) = \sum_{q=0}^{N-1} h(q)S(N-q) + Z(N), \quad (18)$$

где $Z(n)$ – аддитивный белый гауссовский шум.

В этом случае, из принятого сигнала $R(N) = ЦП + \{R_1, R_2, \dots, R_{n-1}, R_n\}$ выделяют циклический префикс. Оставшаяся часть сигнала $\{R_1, R_2, \dots, R_{n-1}, R_n\}$ подается через демультимплексор (DMUX) на входы блока БПФ, где выполняется прямое быстрое преобразование Фурье. Полученный результат передается на входы демодуляторов QAM. С выхода данных устройств снимется сигнал $Y(N) = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_{n-1}, Y_n\}$. Данный параллельный сигнал поступает на вход блока Пар-Пос, который превращает его в последовательный поток данных $Y(N)$.

Использование математической модели выполнения целочисленного МВП Хаара в системах OFDM позволяет отказаться от обработки сигналов в комплексном поле и выполнять вычисления с целыми числами, которые являются элементами поля и кольца. Предложенный подход приводит к изменению структурной модели системы передачи данных. Основные элементы структурной модели OFDM, применяющей модифицированное вейвлет-преобразование Хаара в GF(M), показаны на рисунке 2.

Перед началом работы выбирается размер модуля M . Его значение зависит от разрядности обрабатываемых данных q . Для МВП Хаара в GF(M) модуль должен удовлетворять следующим условиям:

$$\log_2 M \geq 2 \log_2 q + 1. \quad (19)$$

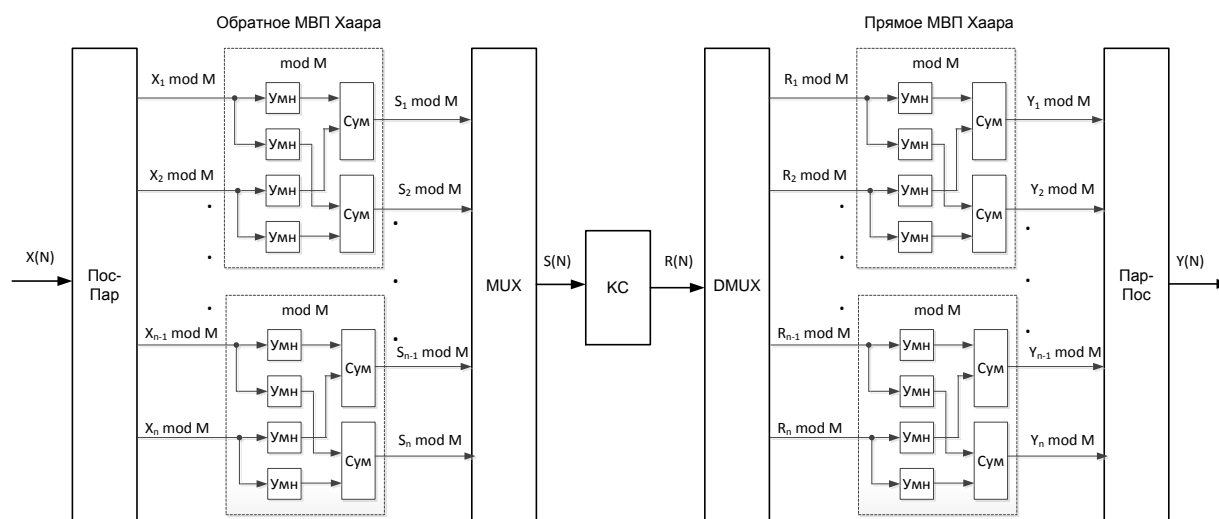


Рис. 2. - Структурная модель OFDM, применяющая модифицированное целочисленное дискретное преобразование Хаара в GF(M)

На передающей стороне последовательный набор данных $X(N)$ с помощью блока Пос-Пар преобразуется в n параллельных блоков. Каждый блок – это элемент GF(M). Данные элементы, которые выступают в качестве набора $\{a_j\}$ – аппроксимирующие и $\{d_j\}$ детализирующие коэффициенты МВП Хаара, поступают на блок, в котором выполняется обратное модифицированное дискретное преобразование Хаара. Чтобы получить первых два временных отсчета $S_1 \text{ mod } M$ и $S_2 \text{ mod } M$, необходимо вычислить:

$$S_1 \text{ mod } M = X_1 \text{ mod } M \cdot \mathfrak{h}_1 \text{ mod } M + X_2 \text{ mod } M \cdot \mathfrak{h}_0 \text{ mod } M, \quad (20)$$

$$S_2 \text{ mod } M = X_1 \text{ mod } M \cdot \mathfrak{g}_1 \text{ mod } M + X_2 \text{ mod } M \cdot \mathfrak{g}_0 \text{ mod } M, \quad (21)$$

где $\mathfrak{h}_0 = \mathfrak{g}_0 = \mathfrak{g}_1 = \lfloor Vh_1 \rfloor \text{ mod } M$; $\mathfrak{h}_1 = (M - \lfloor Vh_1 \rfloor) \text{ mod } M$; $V = 2^w$; $W = 1, 2, \dots$

Аналогично вычисляются и остальные временные отсчеты сигнала $S(N)$. Затем отсчеты $S(N) = \{S_1, S_2, \dots, S_{n-1}, S_n\}$ поступают на вход мультиплексора (MUX), а затем в виде аналогового сигнала передаются в канал связи.

Так как в дискретном канале связи $h(N)$ существует помеха, то сигнал $R(N)$, поступивший на вход приемника, будет определяться выражением (18). С помощью демультиплексора (DMUX), данный сигнал преобразуется к виду: $R(N) = \{R_1, R_2, \dots, R_{n-1}, R_n\}$. Затем выполняется прямое МВП Хаара. Чтобы получить первый аппроксимирующий и детализирующий коэффициенты отсчета $a_1 \bmod M = Y_1 \bmod M$ и $d_1 \bmod M = Y_2 \bmod M$, необходимо вычислить:

$$Y_1 \bmod M = R_1 \bmod M \cdot h_1^* \bmod M + R_2 \bmod M \cdot h_0^* \bmod M, \quad (22)$$

$$Y_2 \bmod M = R_1 \bmod M \cdot g_1^* \bmod M + R_2 \bmod M \cdot g_0^* \bmod M, \quad (23)$$

где $h_0^* = h_1^* = \lfloor Vh_1 \rfloor \bmod M$; $g_1^* = \lfloor Vh_1 \rfloor \bmod M$; $g_0^* = (M - \lfloor Vh_1 \rfloor) \bmod M$; $V = 2^w$; $W = 1, 2, \dots$

Затем параллельный сигнал $Y(N) = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_{n-1}, Y_n\}$ поступает на вход блока Пар-Пос, в последовательный поток данных $Y(N)$.

Проведя анализ рисунков 1 и 2, можно сделать вывод о том, что использование целочисленного МВП Хаара в $GF(M)$ привело к упрощению структурной модели системы OFDM.

Однако, для реализации МВП Хаара в модулярных кодах класса вычетов, необходимо в структурную модель, представленную на рисунке 2, добавить два преобразователя: из позиционной системы счисления в МККВ (ПСС-МККВ) и обратный преобразователь (МККВ-ПСС). На рисунках 3 и 4 показаны структурные модели передатчика и приемника OFDM, применяющие МВП Хаара в МККВ.

Рассмотрим работу модели на конкретном примере. Пусть перед началом работы выбирается модули $p_1 = 63, p_2 = 64, p_3 = 65$. В этом случае рабочий диапазон составит $P_3 = 262080$. Пусть отсчеты сигнала и коэффициенты Хаара имеют разрядность, равную 8 бит.

Обратное МВП Хаара в МККВ

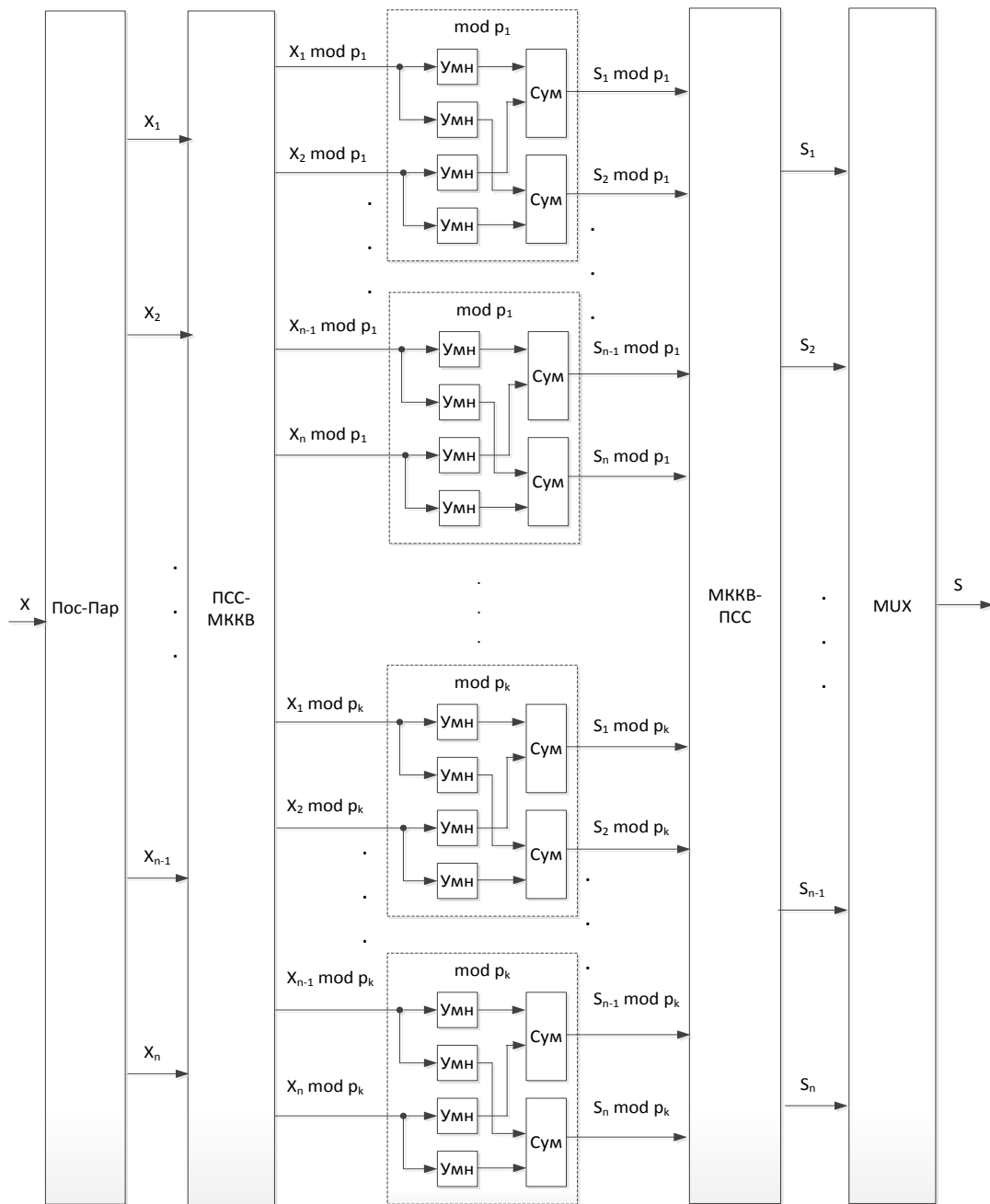


Рис. 3. - Структурная модель передатчика OFDM, применяющая МВП Хаара в МККВ

Считаем, что константа масштабирования равна $V = 2^8$. Так как в передатчике выполняется обратное МВП Хаара в МККВ, то вычислим коэффициенты и представим их в МККВ. Получили $\tilde{h}_0 = \lfloor 256 \cdot (\sqrt{2})^{-1} \rfloor = 181 = (55, 53, 51)$, $\tilde{h}_1 = 261899 = (8, 11, 14)$

$\xi_0 = \xi_1 = 181 = (55, 53, 51)$. Пусть входной поток блоком Пос-Пар будет разбит на $n = 16$ параллельных векторов, длиной по 8 бит. Данные числа поступают на вход блока ПСС-МККВ. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1

Прямое преобразование ПСС-МККВ в передатчике

Входной сигнал	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
	203	176	180	145	221	198	187	183
$p_1 = 63$	14	50	54	19	32	9	61	57
$p_2 = 64$	11	48	52	17	29	6	59	55
$p_3 = 65$	8	46	50	15	26	3	57	53

Входной сигнал	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}
	156	130	190	172	166	138	134	124
$p_1 = 63$	30	4	1	46	40	12	8	61
$p_2 = 64$	28	2	62	44	38	10	6	60
$p_3 = 65$	26	0	60	42	36	8	4	59

С выхода блока ПСС-МККВ входные отсчеты поступают на входы соответствующих вычислительных устройств, которые реализуют базовую операцию МКВ Хаара в МККВ:

$$S_j \bmod p_i = (X_j \bmod p_i \cdot \xi_1 \bmod p_i + X_{j+1} \bmod p_i \cdot \xi_0 \bmod p_i) \bmod p_i, \quad (24)$$

$$S_{j+1} \bmod p_i = (X_j \bmod p_i \cdot \xi_1 \bmod p_i + X_{j+1} \bmod p_i \cdot \xi_0 \bmod p_i) \bmod p_i, \quad (25)$$

где $i = 1, 2, \dots, k$; $j = 1, 2, \dots, n - 1$.

Вычислим первые два отсчета в МККВ, используя равенства (23) и (24):

$$S_1 = (14, 11, 18)(55, 53, 51) + (50, 48, 46)(8, 11, 14) = (36, 23, 12),$$

где $S_1 \bmod 63 = 36$, $S_1 \bmod 64 = 23$, $S_1 \bmod 65 = 12$.

$$S_2 = (14, 11, 18)(55, 53, 51) + (50, 48, 46)(55, 53, 11) = (55, 55, 24).$$

Аналогичным образом вычисляются оставшиеся временные отсчеты. Затем отсчеты поступают на входы блока МККВ-ПСС, где сначала

выполняется обратное преобразование из МККВ в ПСС, затем производится деление на константу масштабирования $V = 2^8$ и округление результата. Результаты выполнения обратного МВП Хаара в МККВ, а также работы блока МККВ-ПСС показаны в таблице 2. Результаты округления $\lfloor S/V \rfloor$ поступает на блок MUX, где преобразуются в сигнал, который передается в канал связи.

Таблица 2

Результаты выполнения ОМВП и работы блока МККВ-ПСС

ОМВП Хаара	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇	S ₈
p ₁ = 63	14	50	54	19	32	9	61	57
p ₂ = 64	11	48	52	17	29	6	59	55
p ₃ = 65	8	46	50	15	26	3	57	53
МККВ-ПСС	4887	68599	6335	58825	4163	75839	724	66970
S/V	19,08	267,96	24,74	229,78	16,26	296,24	2,82	261,64
$\lfloor S/V \rfloor$	19	268	25	230	16	296	3	262

ОМВП Хаара	S ₉	S ₁₀	S ₁₁	S ₁₂	S ₁₃	S ₁₄	S ₁₅	S ₁₆
p ₁ = 63	30	4	1	46	40	12	8	61
p ₂ = 64	28	2	62	44	38	10	6	60
p ₃ = 65	26	0	60	42	36	8	4	59
МККВ-ПСС	4706	51766	3258	65522	5068	55024	1810	46698
S/V	18,38	202,21	12,72	255,93	19,79	214,93	7,07	182,41
$\lfloor S/V \rfloor$	18	202	13	256	20	215	7	182

Рассмотрим работу приемника структурной модели системы OFDM, применяющей МВП Хаара в МККВ (рисунок 4). На приемной стороне полученный сигнал R подается на вход блока DMUX, который преобразует его на $n = 16$ параллельных векторов, длиной по 8 бит. Данные числа поступают на вход блока ПСС-МККВ приемника. Результаты представлены в таблице 3.

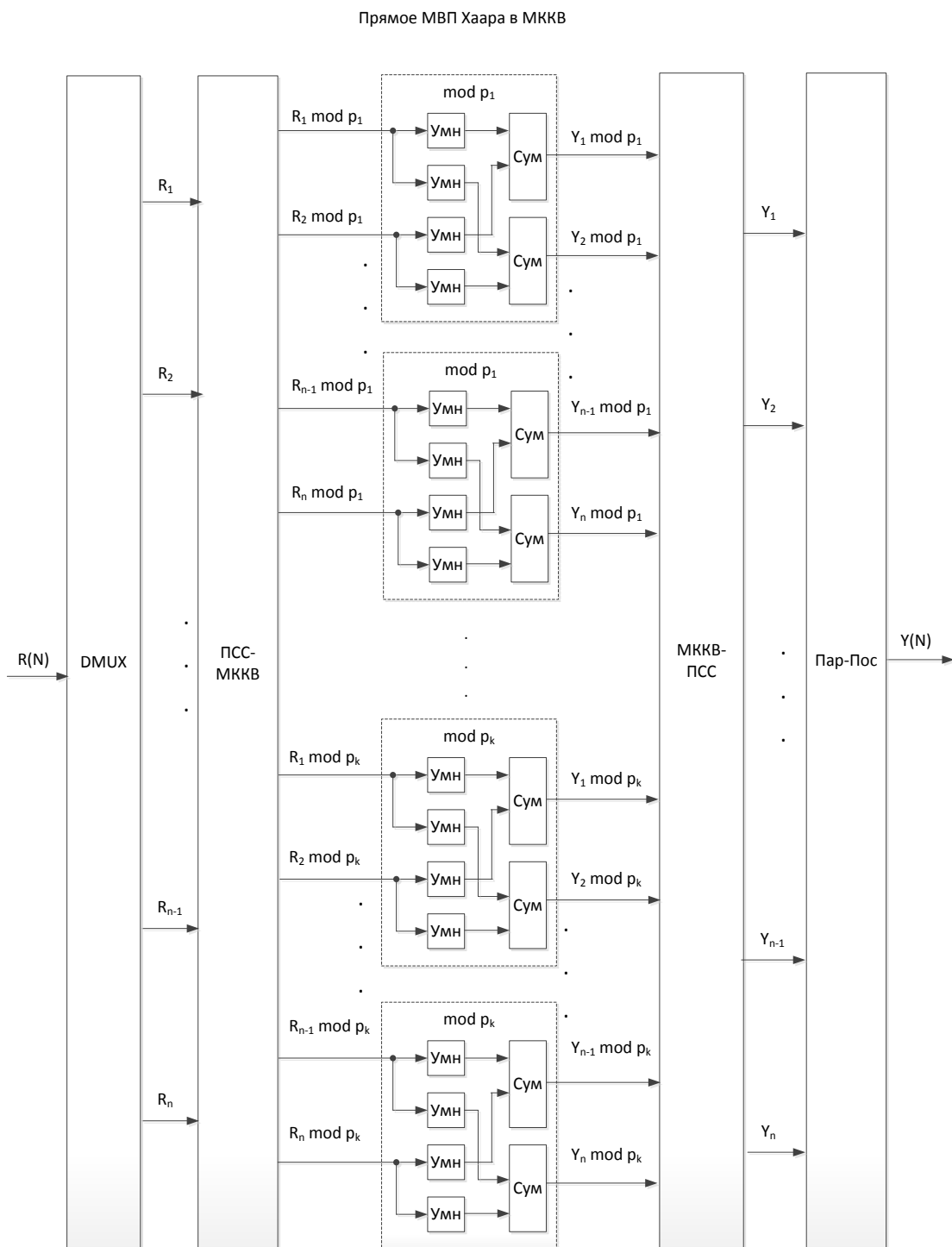


Рис. 4 - Структурная модель приемника системы OFDM, применяющей МВП Хаара в МККВ

Прямое преобразование ПСС-МКВ в приемнике

Входной сигнал	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈
		19	268	25	230	16	296	3
p ₁ = 63	19	16	25	41	16	44	3	10
p ₂ = 64	19	12	25	38	16	40	3	6
p ₃ = 65	19	8	25	35	16	36	3	2

Входной сигнал	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂	R ₁₃	R ₁₄	R ₁₅	R ₁₆
		18	202	13	256	20	215	7
p ₁ = 63	18	13	13	4	20	26	7	56
p ₂ = 64	18	10	13	0	20	23	7	54
p ₃ = 65	18	7	13	61	20	20	7	52

Отсчеты сигнала в коде МККВ поступают на входы соответствующих вычислительных устройств, которые реализуют базовую операцию прямого МПВ Хаара в МККВ, определяемых выражениями:

$$Y_j \bmod p_i = (R_j \bmod p_i \cdot h_1^* \bmod p_i + R_{j+1} \bmod p_i \cdot h_0^* \bmod p_i) \bmod p_i, \quad (25)$$

$$Y_{j+1} \bmod p_i = (R_j \bmod p_i \cdot g_1^* \bmod p_i + R_{j+1} \bmod p_i \cdot g_0^* \bmod p_i) \bmod p_i, \quad (26)$$

где $h_0^* = h_1^* = \lfloor Vh_1 \rfloor \bmod M$; $g_1^* = \lfloor Vh_1 \rfloor \bmod M$; $g_0^* = (M - \lfloor Vh_1 \rfloor) \bmod M$; $V = 2^w$; $W = 1, 2, \dots$; $j = 1, 2, \dots, n-1$

Тогда первые аппроксимирующий и детализирующий коэффициенты в МККВ будут иметь вид:

$$a_1 = Y_1 = (19, 19, 19)(55, 53, 51) + (16, 12, 8)(55, 53, 51) = (35, 43, 12),$$

$$d_1 = Y_2 = (19, 19, 19)(55, 53, 51) + (16, 12, 8)(8, 11, 14) = (24, 33, 24),$$

где $g_1^* = h_0^* = h_1^* = \lfloor 256 \cdot (\sqrt{2})^{-1} \rfloor = 181 = (55, 53, 51)$; $g_0^* = 261899 = (8, 11, 14)$.

Аналогичным образом вычисляются оставшиеся коэффициенты разложения МВП Хаара в МКВ. Затем они поступают на входы блока МККВ-ПСС, где сначала выполняется обратное преобразование из МККВ в ПСС, затем производится деление на константу масштабирования $V = 2^8$ и округление результата. Результаты выполнения обратного МВП Хаара в

МККВ, а также работы блока МККВ-ПСС показаны в таблице 4. Результаты округления $\lfloor Y/V \rfloor$ поступает на блок Пар-Пос, где преобразуются в последовательный поток данных.

Таблица 4

Результаты выполнения МВП и работы блока МККВ-ПСС

МВП Хаара	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8
$p_1 = 63$	35	24	39	61	24	26	22	7
$p_2 = 64$	43	13	11	49	24	56	29	31
$p_3 = 65$	12	24	5	55	52	45	60	14
МККВ-ПСС	51947	45069	46133	37105	56472	50680	47965	46879
Y/V	202,91	176,05	180,29	144,94	220,59	197,96	187,33	183,12
$\lfloor Y/V \rfloor$	203	176	180	145	221	198	187	183

МВП Хаара	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}	S_{16}
$p_1 = 63$	4	40	53	9	10	15	0	49
$p_2 = 64$	12	24	49	15	39	31	33	59
$p_3 = 65$	40	24	4	43	25	0	19	20
МККВ-ПСС	39820	33304	48689	43983	42535	35295	34209	31675
Y/V	155,56	130,09	190,19	171,80	166,15	137,87	133,62	123,7
$\lfloor Y/V \rfloor$	156	130	190	172	166	138	134	124

Анализ таблицы 4 показывает, что применение разработанной структурной модели OFDM, использующей МВП Хаара в МККВ, позволил получить выходной сигнал, близкий к значению входного сигнала, поступившего на вход передатчика системы OFDM. В приведенном примере относительная погрешность не превышает 0,29%.

Для оценки скорости выполнения ортогонального преобразования сигналов в системах OFDM, применяющих разные структурные схемы, были созданы прототипы с использованием ПЛИС. Разработки проводились на ПЛИС Kintex UltraScale xsku 0.25. Там, при использовании структурной модели OFDM, применяющей БПФ, ортогональные преобразования из 64 точек составили 469 нс. При реализации на ПЛИС структурной модели

OFDM, применяющей МВП Хаара в поле $GF(131101)$, временные затраты на ортогональные преобразования были сокращены до 311 нс. Дальнейшее сокращение времени выполнения ортогональных преобразований сигналов показала структурная модель OFDM, применяющая МВП Хаара в МККВ. В этом случае время выполнения составило 158 нс. Значит, применение разработанных структурных моделей OFDM обеспечивает более высокую скорость преобразования сигналов по сравнению с БПФ. А это, в свою очередь, будет способствовать повышению скорости передачи информации в системах низкоорбитального спутникового интернета.

Заключение

На основе исследований были разработаны структурные модели системы OFDM, применяющей МВП Хаара в конечном поле и МККВ. Показан состав данных моделей, а также рассмотрены основные этапы их работы. Для оценки эффективности разработанных структурных моделей была использована ПЛИС Kintex UltraScale xsku 0.25. Сравнительный анализ результатов исследований показал, что для выполнения 64-точного БПФ потребовалось 469 нс. Применение структурной модели ДВП Хаара в поле Галуа $GF(131101)$ позволило в 1,508 раза уменьшить временные затраты на ЦОС по сравнению с БПФ. Более высокую эффективность показала структурная модель системы OFDM, выполняющая МВП Хаара в модулярных кодах. При использовании данной модели временные затраты по сравнению с БПФ сократились в 2,96 раза. Данный результат был достигнут за счет перехода к табличной реализации арифметических операций. Таким образом применение разработанных структурных моделей систем OFDM, использующих целочисленные МВП Хаара, позволит повысить скорость передачи информации в системах низкоорбитального спутникового интернета.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00036, rscf.ru/project/23-21-00036/».

Литература

1. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шумов А.П. Технология OFDM. Учебное пособие для вузов – М.: Горячая линия-Телеком, 2017. – 352 с.
2. Sarowa, S., Singh, H., Agrawal, S., et al. A novel energy efficient ICI cancellation technique for bandwidth improvements through cyclic prefix reuse in the OFDM system. FITEE, 18, 1892–1899. URL: doi.org/10.1631/FITEE.1601333.
3. Osoro O., Oughton E. A Techno-Economic Framework for Satellite Networks Applied to Low Earth Orbit Constellations. Assessing Starlink, OneWeb and Kuiper, IEEE Access, vol. 9, October 2021, pp. 141611-141622.
4. Shreehari H.S., Makam Supreeth Starlink Satellite Internet Service. International Journal of Research Publication and Reviews, 2022, Vol 3, no 6, p. 4501-4504.
5. Пехтерев С. В., Макаренко С. И., Ковальский А. А. Описательная модель системы спутниковой связи Starlink // Системы управления, связи и безопасности, 2022, №4, - с. 190-255. DOI: 10.24412/2410-9916-2022-4-190-255
6. Vamsidhar A.. Performance Comparison of FFT and DWT based MIMO-OFDM Communication Systems. International Journal of Modern Trends in Engineering and Research (IJMTER), Volume 03, Issue 02, 2016. pp. 204-2107.
7. Yücel. G., Altun A.A. Comparative Performance Analyses of FFT Based OFDM and DWT Based OFDM Systems // Journal of New Results in Science, 2016, №12. – pp. 272-287.
8. Калмыков И.А., Духовный Д.В., Калмыкова Н.И. Ортогональная обработка сигналов с использованием математических моделей целочисленных вейвлет-преобразований, реализованных в модулярных кодах



классов вычетов// Инженерный вестник Дона, 2023, №3, URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2023/8273 (дата обращения: 26.08.2023)

9. Omondi A., Premkumar B. Residue Number Systems: Theory and Implementation. Imperial College Press. – UK, 2007. – 293 p.

10. Ananda Mohan Residue Number Systems. Theory and Applications / Ananda, Mohan. – Springer International Publishing Switzerland, 2016. – 351 p.

11. Чистоусов Н.К., Калмыков И.А., Чипига А.Ф., Калмыкова Н.И. Разработка протоколов аутентификации низкоорбитальных космических аппаратов на основе параллельных кодов систем остаточных классов// Инженерный вестник Дона, 2021, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2021/6912. (дата обращения: 26.08.2023)

12. Червяков Н.И., Коляда А.А., Ляхов П.А. Модулярная арифметика и ее приложения в инфокоммуникационных технологиях. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017. – 400 с.

13. Шоберг, А.Г. Современные методы обработки изображений: модифицированное вейвлет-преобразование / А.Г. Шоберг. – Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2014. – 125 с

References

1. Bakulin M.G., Kreyndelin V.B., Shumov A.P. Tekhnologiya OFDM. Uchebnoe posobie dlya vuzov. [OFDM technology. Textbook for universities]. Moskva, Goryachaya liniya-Telekom, 2017. 352 p.

2. Sarowa, S., Singh, H., Agrawal, S. FITEE, 18, pp. 1892–1899. URL: doi.org/10.1631/FITEE.1601333.

3. Shreehari H.S., Makam Supreeth International Journal of Research Publication and Reviews, 2022, Vol 3, no 6, pp. 4501-4504.

4. Osoro O., Oughton E. IEEE Access, vol. 9, October 2021, pp. 141611-141622.



5. Pekhterev S. V., Makarenko S. I., Kovalskiy A. A. Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti, 2022, №4. pp. 190-255. DOI: 10.24412/2410-9916-2022-4-190-255.
6. Vamsidhar A. International Journal of Modern Trends in Engineering and Research (IJMTER), Volume 03, Issue 02, 2016. pp. 204-210
7. Yücel G., Altun A.A. Journal of New Results in Science, 2016, №12. pp. 272-287.
8. Kalmykov I.A., Dukhovny D.V. Kalmykova N.I. Inzhenernyj vestnik Dona, 2023, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2023/8273
9. Omondi A., Premkumar B. Residue Number Systems: Theory and Implementation . Imperial College Press. UK. 2007. 293 p.
10. Ananda Mohan Residue Number Systems. Theory and Applications. Springer International Publishing Switzerland, 2016. 351 p.
11. Chistousov N.K., Kalmykov I.A., Chipiga A.F., Kalmykova N.I. Inzhenernyj vestnik Dona, 2021, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2021/6912.
12. Chervyakov N.I., Kolyada A.A., Lyakhov P.A. Modulyarnaya arifmetika i ee prilozheniya v infokommunikatsionnykh tekhnologiyakh [Modular arithmetic and its applications in infocommunication technologies]. Moskva: FIZMATLIT, 2017. 400 p.
13. Shoberg A.G. Sovremennye metody obrabotki izobrazheniy: modifitsirovannoe veyvlet-preobrazovanie. [Modern methods of image processing: modified wavelet transform]. Khabarovsk: Izd-vo Tikhookeanskogo gosudarstvennogo universiteta, 2014. 125 pp.