

Прогнозирование состояния сенсорной системы транспортного средства

Д. В. Бриский

Казанский (Приволжский) федеральный университет

Аннотация: В статье ставится задача обосновать выбор метода прогнозирования состояния радиотехнической сенсорной системы транспортного средства (ТС) по данным датчиков, которые в данном исследовании рассматриваются как набор временных рядов. Целью работы является определение наиболее точного метода прогнозирования данных сенсорики ТС. Для анализа выбраны: статистический метод VARMA и метод, основывающийся на нейронной сети LSTM, как наиболее подходящие ввиду возможности обработки многомерных рядов со сложными взаимосвязями, гибкости в обработке последовательностей различной длины и высокой точности результатов их применения в различных областях. Приведены данные вычислительных экспериментов, позволяющие определить предпочтительный вариант как для одношагового, так и многошагового прогнозирования многомерных временных рядов, по значениям показателей ошибок и адаптивности к быстрым изменениям значений данных.

Ключевые слова: методы прогнозирования, оценка прогнозирования, LSTM, VARMA, временные ряды, сенсорные системы, датчики.

Вступление

Точность результата прогнозирования состояния сенсорной системы транспортного средства имеет важное значение и является актуальной во многих аспектах применения различными системами беспилотных транспортных средств, системами помощи водителю и различного рода роботизированными системами как непосредственно во время работы, так и при последующем анализе. Также результат прогнозирования может быть применен для определения типа взаимодействия автомобиля и дороги, чтобы добиться повышения качества кластеризации при таком определении, а также, чтобы повысить вероятности предугадать аварийные и опасные дорожные ситуации для их предупреждения и предотвращения. Поэтому целью исследования является определение наиболее точного метода прогнозирования состояния сенсорной системы транспортного средства.

Сенсорная система представляет собой набор датчиков, подсистему управления и сбора данных. Состояние сенсорной системы определяется как набор значений, характеризующий показания каждого датчика системы в

единственный момент времени. Прогнозирование, в контексте работы, — это вычисление набора значений, которые с определенной точностью воспроизведутся, начиная от текущего момента времени. В исследовании разброс временных значений не учитывается, и частота получения данных считается постоянной и единой. При этом датчики считаются доверенными, то есть значения являются подлинными для анализа. Все эти допущения полностью применимы на этапах моделирования, проектирования и создания системы прогнозирования.

На первом шаге осуществляется определение характеристик набора данных и параметров прогнозирования. На втором шаге производится выбор методов прогнозирования для исследования и определяется система оценивания. После этого выполняются эксперименты, описываются и интерпретируются результаты с формированием выводов. Завершается статья заключением, где подводятся итоги проведенного исследования.

Набор данных

В исследовании используется набор данных, полученный в системе достоверного виртуального моделирования. Смоделированы автомобиль и радиотехническая сенсорная система для него, а также разноплановое окружение – виртуальная местность, включающая дорожные сети с покрытиями разного вида и качества, подъемы, спуски, развязки, различные перекрестки; инфраструктурные объекты и другие участники дорожного движения. Модель автомобиля основана на параметризованной расчетной математической многомассовой модели транспортного средства и оснащена системой из моделей датчиков, регистрирующих следующие параметры: *продольное и боковое ускорения (a_x , a_y), трёхмерный вектор скорости (v_x , v_y , v_z), углы курса, крена, тангажа центра масс (α_{yaw} , α_{roll} , α_{pitch}), угол бокового ухода передней оси ($\alpha_{sideslip0L}$, $\alpha_{sideslip0R}$), вертикальная реакция на всех колесах (N_{0L} , N_{0R} , N_{1L} , N_{1R}), текущий угол поворота руля (α_{wheel}). Виртуальное*

моделирование позволило быстро подготовить данные объемом более 60 ч для одной физической модели транспортного средства, параметры регистрировались с частотой 100 раз в секунду. Путем усреднения для каждого параметра число значений в секунду уменьшено до 10, характеристики набора представлены в *Таблице 1*. Описанный подход к получению данных позволил собрать данные сенсорики автомобиля в самых разных дорожных ситуациях, состояниях и типах взаимодействия автомобиля с дорогой. Данные разбиваются согласно соотношению 70/20/10 на обучающий, проверочный и тестовый наборы.

Таблица № 1

Параметры набора данных

Объем данных, ч:м:с	Частота, Гц	Кол-во значений 1 параметра	Всего параметров	Всего значений
62:05:13	10	2`235`130	15	33`526`950

Итак, радиотехническая сенсорная система автомобиля регистрирует набор параметров. Предварительно проанализировав получаемые временные ряды из зарегистрированных данных, можно отметить, что они не имеют выраженной сезонности и общего тренда, последний может присутствовать на небольшой части данных. Нет также и цикличности, как периодического колебания или повторяющейся закономерности в течение определенного временного интервала, но повторяться закономерность может при взаимодействиях автомобиля с дорогой одного типа. Это обусловлено тем, что параметры транспортного средства отличаются от параметров обычных движущихся объектов, поскольку на них влияют различные скрытые факторы, такие как резко изменчивая структура дороги, различные дорожные ситуации, правила дорожного движения и/или намерения водителя [1]. Поэтому в данном исследовании прогнозирование состояния производится

без учета скрытых факторов, значительно добавляющих хаотичности. Для уменьшения их влияния на прогнозирование важна быстрая адаптация метода к быстрым изменениям в рядах данных.

Дальнейшее ключевое применение прогнозирования планируется для системы определения типа взаимодействия автомобиля и дороги. Поэтому целевым горизонтом прогнозирования является время, необходимое для такого определения, минимально – это 1 секунда. Частота составляет 10 Гц, значит прогноз 1 секунды данных будет являться прогнозом на 10 шагов.

Методы прогнозирования

Данные сенсорной системы представляют собой многомерные временные ряды. Существует множество методов прогнозирования временных рядов, но большинство из них предполагает прогнозирование одного временного ряда. Масштабируя такие решения, можно выполнять прогнозирование не только одного временного ряда, но и многомерных рядов. В то же время существуют методы, которые сразу созданы для обработки многомерных рядов и имеют в этом преимущества.

Метод, основанный на векторной авторегрессионной–скользящей средней (англ. Vector AutoRegression Moving-Average, VARMA), может выполнять прогнозирование многомерных рядов. VARMA относится к группе статистических методов, которые полагаются на скользящее среднее и авторегрессию, то есть, такие методы прогнозируют следующий шаг в последовательности на основе линейной комбинации как прошлых наблюдений, так и прошлых остаточных ошибок. Изначально и преимущественно данные методы использовались в экономике. Сейчас можно найти примеры применения в самых разных сферах деятельности [2, 3], где демонстрируются прогнозы с высокой точностью. В статье [2] авторы подчеркивают эффективность VARMA для прогнозирования на основе средних и больших наборов данных. А в статье [3] демонстрируется

возможность выполнения прогноза высокой точности для моделей малого порядка (до 2). Для прогнозирования методом VARMA необходимо, чтобы ряд был стационарен. В процессах, являющихся комбинацией AR и MA, наблюдается особенность функции автокорреляции (англ. AutoCorrelation Function, ACF) и частичной автокорреляции (англ. Partial AutoCorrelation Function, PACF), которая заключается в медленном затухании и/или наличии синусоидального паттерна [4], что почти всегда подтверждается на наборе исследуемых данных.

Для прогнозирования могут быть использованы и методы глубокого обучения. Они позволяют качественно подойти к прогнозированию многомерных рядов с нелинейными взаимосвязями [4]. Для обработки последовательных данных эффективно используются нейронные сети с долговременной кратковременной памятью (англ. Long Short-Term Memory, LSTM). LSTM является подтипом рекуррентной нейронной сети (англ. Recurrent Neural Network, RNN), который минимизирует влияние проблем RNN, связанных с затуханием и явлением «взрывного роста» градиента [5]. Модели LSTM находят применение в различных задачах прогнозирования, где демонстрируется их эффективность, гибкость и универсальность [6]. Существует множество примеров успешного использования LSTM для прогнозирования данных, полученных с датчиков транспортных средств [1, 7, 8]. В статье [7] авторы прогнозируют продольное и боковое ускорения и показывают преимущества LSTM перед (невекторной) авторегрессионной интегрированной моделью скользящего среднего. А статье [8] авторы добились качественного прогнозирования скорости на 15 секунд, что является впечатляющим результатом. LSTM позволяет учитывать зависимости в разных временных масштабах. Учет краткосрочных зависимостей может быть эффективен при движении машины на дороге, где состояние в текущий момент времени часто напрямую зависит от

предыдущих событий (предыдущих показаний сенсорной системы). А учет долгосрочных зависимостей в данных может быть полезен в ситуациях, когда воспроизводится известный популярный паттерн движения. При этом, к недостаткам LSTM можно отнести то, что модели часто сложны и трудно интерпретируемы, это затрудняет понимание принципов прогнозирования.

Итак, выделены два метода: VARMA и LSTM, которые подходят для прогнозирования данных, зарегистрированных датчиками сенсорной системы транспортного средства, ввиду их возможности работы с многомерными рядами при наличии сложных взаимосвязей между ними, и гибкости, которая заключается в адаптации к изменениям тенденций значений во временных рядах и известным высоким по точности результатам в исследованиях.

Оценка прогнозирования

Для оценки используются показатели ошибки прогноза, которые представляют собой величину отклонения прогноза от фактического значения. Не существует одного лучшего показателя на все случаи, так как каждый показатель сводит набор данных к одному числу. Из этого следует, что показатель представляет только одну проекцию ошибок, подчеркивая только определенный аспект характеристик. Поэтому принят более практичный и прагматичный путь оценивания набором показателей. Выбраны следующие показатели: средняя абсолютная ошибка (англ. Mean Absolute Error, MAE), медианная абсолютная процентная ошибка (англ. Median Absolute Percentage Error, MdAPE), корень из средней квадратичной ошибки (англ. Root Mean Squared Error, RMSE) и еще коэффициент детерминации R².

$$MAE(y, \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \bar{y}_i| \quad (1) \quad MdAPE = \text{median}(p_1, \dots, p_N), p_i = \left| \frac{y_i - \bar{y}_i}{y_i} \right| \quad (2)$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 \quad (3) \quad \text{RMSE} = \sqrt{\text{MSE}} \quad (4) \quad R^2 = 1 - \frac{(\text{RMSE})^2}{\sigma_y^2} \quad (5)$$

MAE (1) и RMSE (4) можно отнести к типу показателей, которые зависят от масштаба, так как они выражены в единицах измерения данных, поэтому они не могут быть использованы для сравнения различных рядов. Однако стоит отметить, что их обычно легко интерпретировать и также можно применить для сравнения двух моделей на одном ряде единого набора данных. Поэтому, как отмечают авторы [9], RMSE популярна и эффективна при принятии решения о выборе модели, а, например, процентные показатели для этого менее предпочтительны, потому что они не имеют очевидных последствий для принятия решений. MdAPE (2) выбран как процентный показатель, который устойчив к выбросам. Его можно применить и при для сравнения различных рядов одной модели. Недостатком MdAPE является усиление отрицательных ошибок [10], в таком случае при сравнении предпочтение будет отдаваться моделям с заниженными прогнозами ($y_{\text{факт.}} > y_{\text{прог.}}$). R^2 (5) определяет долю объясняемой дисперсии в данных и показывает адекватность модели прогнозирования к тем данным, на который и выполняется прогнозирование. Чем ближе значение R^2 к 1, тем лучше соответствие, а отрицательное значение указывает, что совпадение не соответствует тенденциям ряда и модель работает хуже, чем случайное предположение. В статье [11] не рекомендуется при интерпретации высоких значений R^2 однозначно по этому показателю делать вывод о том, что модель лучше, поскольку увеличение сложности модели может искусственно увеличить значения R^2 .

Методика

Для проведения прогнозирования выбраны 2 метода: VARMA и LSTM. VARMA обрабатывает стационарные ряды, для этого данные дифференцируются. Эта операция выполняется поэтапно до тех пор, пока ряд

не станет стационарным. Перед каждым этапом данные проверяются на стационарность с помощью теста Дики-Фуллера (англ. (Dickey-Fuller test, DF-test)). Модель VARMA характеризуется 2-мя параметрами: p – порядок AR и q – порядок MA. p и q ограничим набором значений $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Таким образом, получается 36 моделей, для выбора лучшей из них будет использован информационный критерий Акаике (англ. Akaike information criterion, AIC) и далее выбор между моделями со схожими AIC будет производиться по наименьшим значениям RMSE. AIC применяется для выбора из нескольких статистических моделей, чем значение меньше, тем модель лучше. Подготовка данных для LSTM включает выполнение нормализации, после которой значения находятся в диапазоне от 0,0 до 1,0. Для предсказанных данных с помощью LSTM выполняется обратная операция. Для предсказанных значений с помощью VARMA обратной операцией является процесс поэтапного суммирования, так данные возвращаются из дифференцированного состояния. Модель LSTM состоит из 2 слоев LSTM, в каждом слое 128 нейронов. Доля нейронов, не задействованных в обучении случайным образом, (Dropout) выбирается из диапазона 0,1 – 0,5. В качестве функции потерь будет использоваться функция вычисления среднеквадратичная ошибка (англ. Mean Squared Error, MSE) (3), дополнительно будет рассчитываться показатель MAE. Количество эпох обучения нейронной сети ограничено значением 100, но также будет производиться остановка обучения, если 5 моделей подряд не улучшили показатель функции потерь и MAE. Лучшая из моделей LSTM определяется по меньшим показателям ошибок.

Результаты

Определившись с методами, параметрами моделей, способами и оценивания, можно перейти к прогнозированию и результатам.

При подготовках моделей VARMA было замечено, что практически всегда достаточно 1 – 2 этапов дифференцирования, чтобы сделать ряд стационарным, 3 этапа требовались редко. Также стоит отметить, что чаще других выбирались модели с параметрами p и q равными 2 и 1, 3 и 4, 4 и 2 соответственно, эти три варианта порядков модели являлись лучшими более, чем в 2/3 случаев.

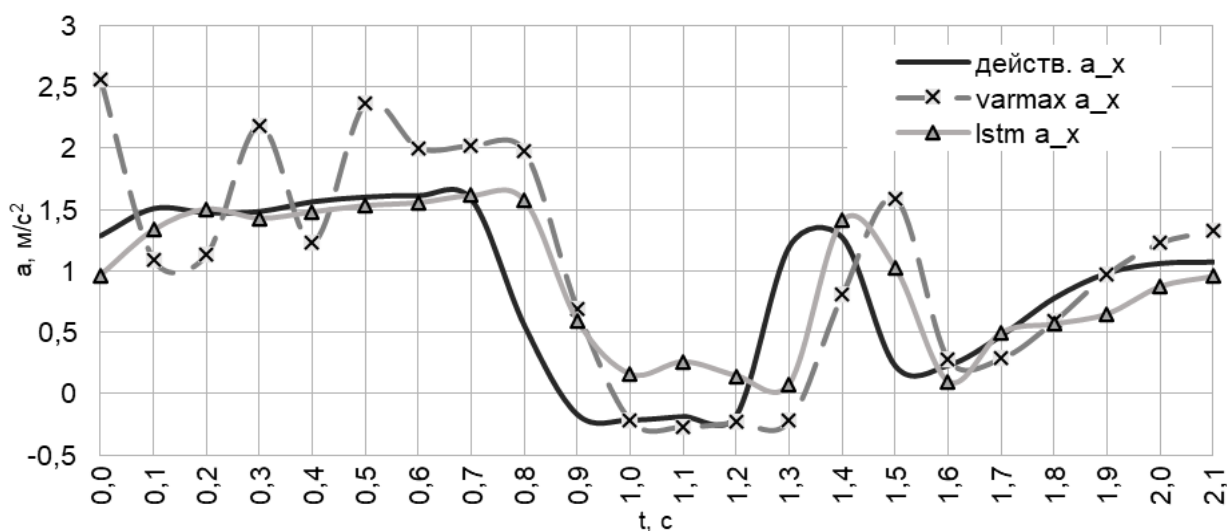


Рис. 1. – График продольного ускорения одношагового прогнозирования

Произведено исследование влияния количества прошлых значений, подаваемых в модель за 1 раз (размер окна данных) в диапазоне от 1 до 8 с и шагом 0,5 с. Для LSTM наименьшие ошибки достигнуты при 4 с, для VARMA это значение составляет 6 с, эти результаты оказались справедливы при прогнозировании как на 1 шаг, так и на 10 шагов.

Для LSTM выявлено, что наименьшие ошибки получаются при использовании функции активации ReLu (англ. Rectified Linear Unit) в сравнении с линейной функцией, сигмоидой и гиперболическим тангенсом. Исследование влияния уровня Dropout в диапазоне 0,1 – 0,5 с шагом 0,1 с показало, что лучшие результаты достигаются при уровне 0,2 при прогнозировании как на 1 шаг, так и на 10.

На тестовом наборе данных выполнено сопоставление моделей из VARMA и LSTM, дающих лучшие результаты. Сначала модели

сравниваются по прогнозу на 1 шаг. MAE, RMSE и R^2 для каждого параметра представлены в *Таблице 2*. MdAPE для VARMA варьируется по параметрам от 0,02 до 0,56 и в среднем имеет значение 0,29, а для LSTM диапазон составляет 0,01 – 0,35 со средним значением равным 0,14.

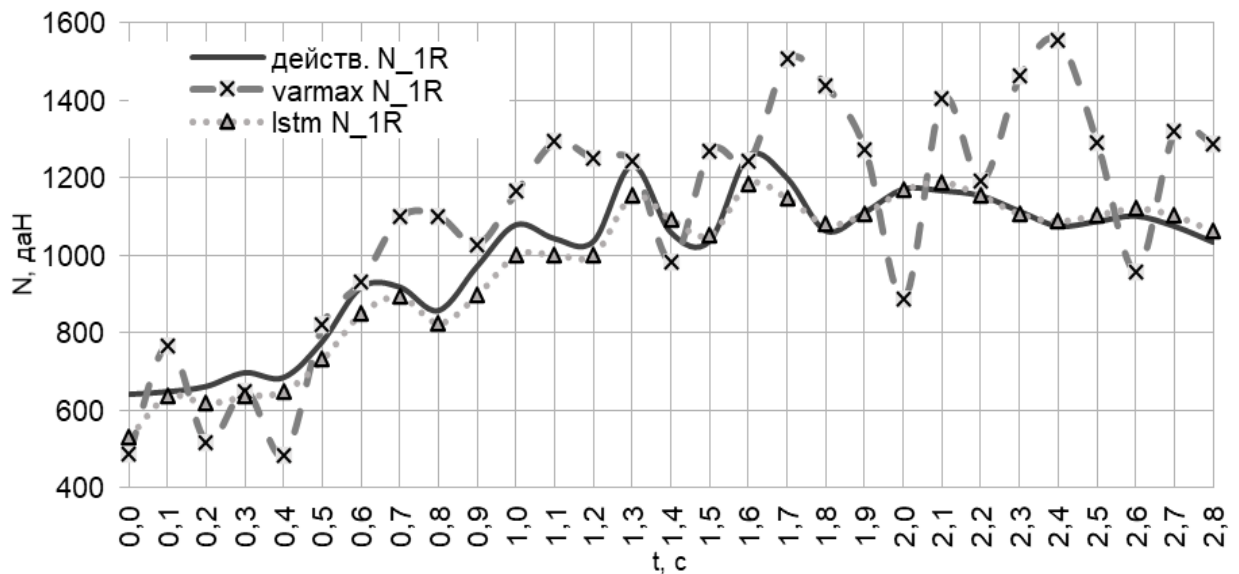


Рис 2. – График верт. реакции правой части переднего одношагового прогнозирования

Для визуальной оценки представлен график продольного ускорения, как одного из средних по точности предсказания параметра, и, как одного из худших параметров по показателям у VARMA, график вертикальной реакции по переднему правому колесу (Рис. 1 и 2).

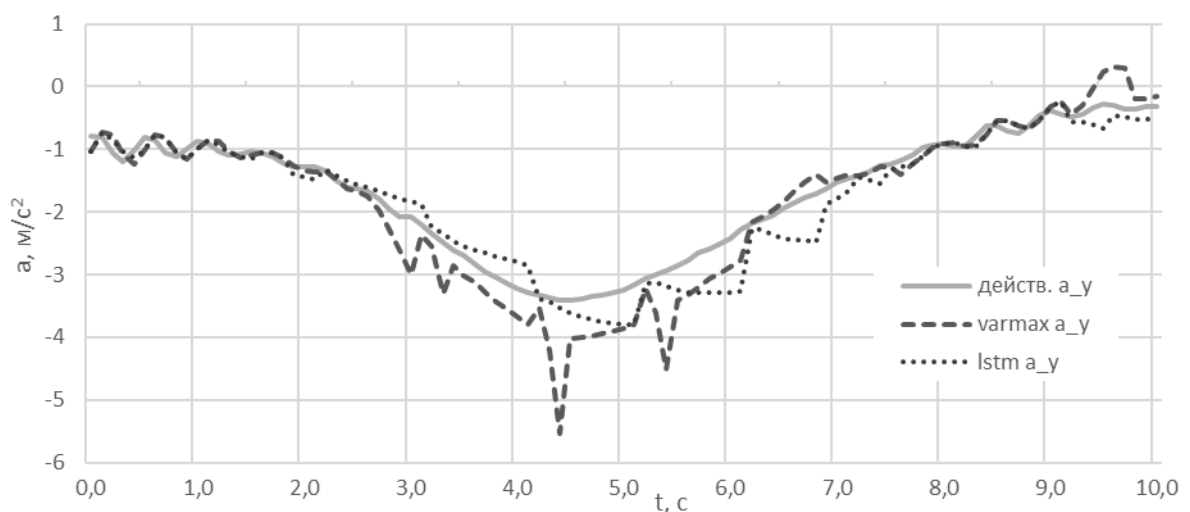


Рис. 3. – График бокового ускорения при прогнозировании 1 сек

Дальнейшую значимость имеют прогнозы с горизонтом минимум 1 с или 10 шагов при 10 Гц. В *таблице 3* представлены MAE, RMSE и R^2 для обеих исследуемых моделей при прогнозировании 1 с. RMSE оказывается стабильно ниже у LSTM. MdAPE для данного горизонта увеличивается до 0,02 – 0,61 со средним 0,31 у VARMA, а для LSTM MdAPE принимает значения от 0,05 – 0,70 со средним 0,23. Графики бокового ускорения представлены на рисунке 3, а рисунке 4 – график вертикальной реакции заднего левого колеса.

Таблица № 2.

Показатели одношагового прогнозирования

	MAE		RMSE		R^2	
	VARMA	LSTM	VARMA	LSTM	VARMA	LSTM
α_{wheel}	5,31	3,34	8,94	13,34	0,98	0,98
N_{OL}	363,21	32,82	406,98	69,32	-6,59	0,94
N_{OR}	332,17	56,98	378,11	123,76	-2,73	0,85
N_{IL}	188,78	49,88	214,87	109,72	-1,09	0,78
N_{IR}	176,06	34,82	202,95	100,44	-1,69	0,82
$\alpha_{sideslipOL}$	0,26	0,20	0,45	0,44	0,36	0,78
$\alpha_{sideslipOR}$	0,26	0,18	0,42	0,43	0,39	0,78
α_{yaw}	8,36	2,33	17,31	10,80	0,91	0,99
α_{roll}	0,03	0,18	0,05	0,38	0,70	0,64
α_{pitch}	0,16	0,08	0,42	0,11	0,78	0,99
v_x	4,74	0,80	8,51	1,02	0,82	1,00
v_y	0,09	0,05	0,19	0,12	0,93	0,98
v_z	0,07	0,03	0,10	0,06	-0,68	0,83
a_x	0,36	0,34	0,56	0,62	0,67	0,76
a_y	0,15	0,09	0,27	0,20	0,83	0,96

Выводы

Сравнивая результаты прогнозирования на 1 шаг лучших моделей из VARMA и LSTM, можно сделать несколько выводов. Во-первых, VARMA значительно хуже прогнозирует вертикальные реакции, чем другие

параметры, это подтверждается и отрицательным R^2 этого параметра и отклонениями, которые можно заметить на графике (Рис. 2). Во-вторых, для остальных параметров значения ошибок сопоставимы с значениями ошибок LSTM. Хотя MAE, RMSE и MdAPE в среднем хуже в примерно 2 раза, для малых значений MAE и RMSE это не будет играть большой роли, и как можно убедиться на рисунке 1, кривые ускорения LSTM и VARMA с малой разницей отклоняются от действительных значений. Учитывая вышеописанное и R^2 для всех параметров, LSTM все же является предпочтительным вариантом при прогнозировании на 1 шаг.

Таблица № 3

Показатели прогнозирования 1 секунды

	MAE		RMSE		R^2	
	VARMA	LSTM	VARMA	LSTM	VARMA	LSTM
α_{wheel}	11,91	8,69	38,39	22,84	0,90	0,96
N_{OL}	342,36	157,42	491,60	222,56	-1,64	0,40
N_{OR}	351,56	202,56	504,09	279,35	-1,46	0,24
N_{IL}	200,59	102,03	294,89	174,17	-0,23	0,46
N_{IR}	200,37	82,67	298,37	168,31	-0,33	0,49
$\alpha_{sideslipOL}$	0,26	0,25	0,43	0,53	0,75	0,69
$\alpha_{sideslipOR}$	0,28	0,24	0,56	0,48	0,70	0,72
α_{yaw}	10,09	9,46	24,77	16,48	0,90	0,98
α_{roll}	0,07	0,08	0,21	0,20	0,92	0,90
α_{pitch}	0,13	0,18	0,26	0,27	0,96	0,96
v_x	3,32	3,36	6,56	4,49	0,90	0,95
v_y	0,11	0,10	0,34	0,26	0,90	0,93
v_z	0,08	0,06	0,13	0,12	-0,16	0,28
a_x	0,43	0,41	0,75	0,70	0,65	0,69
a_y	0,18	0,17	0,36	0,33	0,90	0,90

Далее рассматриваются результаты прогнозирования 1 секунды данных. Замечено, что LSTM чаще занижает прогнозируемые значения, а VARMA завышает. Горизонт прогнозирования увеличился в 10 раз, ошибки

LSTM выросли в среднем в 2 – 2,5 раза, а у VARMA не так значительно, всего в 1,2 – 1,7 раз. Несмотря на это, ошибки LSTM меньше примерно в 1,3 раза, чем ошибки VARMA, а с ростом горизонта и значений ошибок это становится существеннее. Так вертикальная реакция для VARMA остается труднопрогнозируемой, также $R^2 < 0$ и на графике на рисунке 4 наблюдается значительный разброс. Проанализировав все графики, можно сказать, что при непланном изменении данных предсказанные значения VARMA чаще и сильнее отклоняются от действительных значений, чем данные LSTM, LSTM лучше адаптируется. Особенно хорошо это заметно на прогнозах 1 с на рисунках 3 и 4. В итоге, LSTM является лучшей моделью для предсказания 1 секунды.

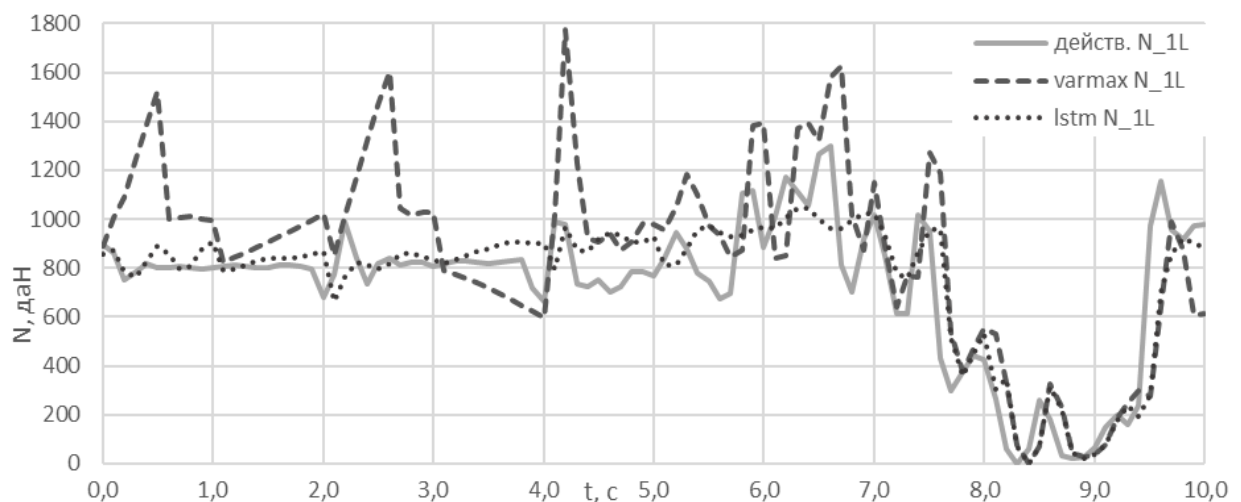


Рис. 4. – График верт. реакции левой части задней оси при прогнозировании 1 сек.

Заключение

Для эксперимента были выбраны статистический метод VARMA и метод машинного обучения на основе LSTM, так как они имеют способность прогнозировать многомерные временные ряды со сложными взаимосвязями, еще они могут обрабатывать последовательности разной длины, что делает их универсальными в использовании, а также потому что есть много

известных высоких по точности результатов выполнения прогноза с использованием этих методов.

После сравнения результатов прогнозирования VARMA и LSTM на одинаковом наборе данных, который получен в системе достоверного виртуального моделирования, можно заключить, что LSTM является предпочтительным при выборе вариантом как для одношагового, так и многошагового прогнозирования многомерных данных, зарегистрированных с датчиков транспортных средств. На результатах прогнозирования методом LSTM демонстрируется способность большей степени к адаптивности к внезапным изменениям значений временных рядов, и результаты при оценке имеют меньшие значения показателей ошибок.

Для задач, где выполняется оконная обработка, например, определение типа взаимодействия автомобиля и дороги, прогнозирование методом на основе LSTM позволит заранее проводить операции такого рода, не уменьшая точность определения, что крайне важно при принятии решения в системах, автоматизирующих движение.

Будущие исследования могут быть направлены на улучшение результатов прогнозирования путем изменений внутренней структуры модели LSTM, подстройки ее гиперпараметров и добавления входного сверточного слоя [4]. Для практического применения необходима оценка полученного решения на данных, зарегистрированных на реальных транспортных средствах. А так как влияние многих внешних для автомобиля факторов при движении существенно добавляет хаотичности, что не позволит выполнять долгосрочные прогнозирования длительного горизонта с малыми ошибками, то также планируется произвести поиск максимального горизонта прогнозирования для заданной точности.

Литература (References)

1. Kim B., Kang C. M., Kim J., Lee S. H., Chung C. C., Choi J. W. Probabilistic vehicle trajectory prediction over occupancy grid map via recurrent neural network // Proceedings of the 2017 IEEE 20th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). Yokohama, Japan, 16–19 October 2017, pp. 399-404.
 2. Dias G.F., Kapetanios G. Estimation and forecasting in vector autoregressive moving average models for rich datasets // Journal of Econometrics. 2018. V. 202. № 1. pp. 75-91. DOI: 10.1016/j.jeconom.2017.06.022
 3. Al-Nasser A. H., Abdullah L. T. The Estimators of Vector Autoregressive Moving Average Model VARMA of lower order: VARMA(0,1) , VARMA(1,0) , VARMA(1,1) , VARMA(1,2) , VARMA(2,1) ,VARMA(2,2) with Forecasting // Journal of Physics: Conference Series. 2021. V. 1818. pp. 1-20. DOI: 10.1088/1742-6596/1818/1/012145.
 4. Peixeiro M. Time Series Forecasting in Python. Shelter Island, NY: Manning Publications Co., 2022. 456 p.
 5. Hochreiter S., Schmidhuber J. Long short-term memory // Neural computation. 1997. V. 9. № 8. pp. 1735-1780. DOI: 10.1162/neco.1997.9.8.1735.
 6. Greff K., Srivastava R. K., Koutník J., Steunebrink B. R., Schmidhuber J. LSTM: a search space odyssey // IEEE transactions on neural networks and learning systems. 2016. V. 28. № 10. pp. 2222-2232.
 7. Ono T., Eto R., Yamakawa J. Forecasting vehicle accelerations using LSTM // Mechanical Engineering Journal. 2021. V. 8. № 4. pp. 21-45. DOI: 10.1299/mej.21-00045.
 8. Yeon K., Min K., Shin J., Sunwoo M., Han M. Ego-Vehicle Speed Prediction Using a Long Short-Term Memory Based Recurrent Neural Network // International Journal of Automotive Technology. 2019. V. 20. № 4. pp. 713-722. DOI: 10.1007/s12239-019-0067-y.
-



9. Armstrong J., Collopy F. Error measures for generalizing about forecasting methods: empirical comparisons // International Journal of Forecasting. 1992. V. 8. № 1. pp. 69-80. DOI: 10.1016/0169-2070(92)90008-W.

10. Hyndman R. J., Koehler A. B. Another look at measures of forecast accuracy // International Journal of Forecasting. 2006. V. 22. №. 4. pp. 679-688. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2006.03.001.

11. Di Bucchianico A. Coefficient of Determination (R^2) // Encyclopedia of Statistics in Quality and Reliability. 2008. DOI: 10.1002/9780470061572.eqr173.

Дата поступления: 29.06.2024

Дата публикации: 8.08.2024