Динамическая модель стимулирования с учётом требований устойчивого развития предприятия

А.В. Нечаев

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: Рассмотрены различные типы управленческих структур, используемых на предприятиях. Такие структуры традиционно делятся на три типа по количеству и типам отношений управления. Представлена базовая динамическая модель стимулирования с простейшей структурой управления, включающей одного принципала и одного агента. Базовая динамическая модель стимулирования основана на статической модели, решение которой уже найдено. Представлены экспериментальные результаты для базовой динамической модели. Результаты моделирования позволяют определить решение задачи в динамической форме и дают основу для будущих исследований с использованием других, более сложных управляющих структур.

Ключевые слова: модель стимулирования, иерархическая игра, системно-динамическое моделирование, динамическая модель, механизм управления, принципал, агент.

Использование различных моделей стимулирования является важным и необходимым элементом успешной работы предприятий. Устойчивое развитие предприятий даёт ответ на вопросы симбиоза бизнеса и сохранения окружающей среды, что в текущих реалиях представляет собой главную задачу всех крупных государств, т.к. от этого зависит будущее благосостояние населения. Моделирование, то есть упрощенное представление реальности, помогает подобрать различные оптимальные механизмы для решения насущных задач [1, 2].

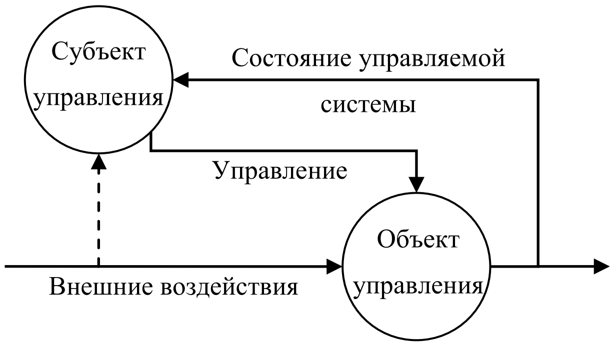


Рисунок 1 - Входо-выходная модель

Моделирование на уровне управляемой системы требует создания модели управления. Простейшая входо-выходная модель системы, состоящая из управляющего органа - центра - и управляемого субъекта - агента - изображена на рисунке 1 [3-5].

Для формализации ситуации взаимодействия субъектов часто используется теория игр. С точки зрения управления наибольший интерес представляют модели игр, в которых агенты принимают решения не одновременно, а последовательно, то есть, если имеются управляющий орган и управляемые субъекты, то сначала начальник определяет правила игры, а дальше субъекты принимают решения, исходя из этих правил. Такие игры называются иерархическими. По определению, иерархическая игра – игра с фиксированной последовательностью ходов. Простейшая модель иерархической игры изображена на рисунке 2 – игра двух лиц, в которой первый (делающий первый ход) игрок – центр (управляющий орган), второй игрок – агент [6, 7].

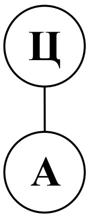


Рисунок 2. - Базовая структура "центр-агент"

Можно усложнять структуру дальше, но, на самом деле, существует единая технология описания теоретико-игровых задач управления в различных структурах.

Базовая модель стимулирования

Базовая модель стимулирования является иерархической игрой двух лиц. Сформулируем динамическую постановку модели стимулирования с учётом требования устойчивого развития в следующей форме:

$$F(s,u,x) = \sum_{t=1}^{T}[H(u^t,x^t) - s(u^t,x^t)] \to max; \quad (1)$$

$$s: [0,\infty) \times [0,\infty] \to [0,\infty]; \quad (2)$$

$$f(s,u,x) = \sum_{t=1}^{T}[s(u^t,x^t) - c(u^t)] \to max; \quad (3)$$

$$u^t \geq 0; \tag{4}$$

$$x^{t+1} = x^t + g(u^t, x^t), x^0 = x_0, t = 0,1, \dots, T-1; \tag{5}$$

$$x^T = x^*. \tag{6}$$

По сравнению со статической моделью здесь добавляется переменная состояния x как функция дискретного времени t, которая описывает управляемую динамическую систему, T – период рассмотрения. Действие агента обозначено через u. Динамика переменной состояния задаётся уравнением (5) с начальными условиями x_0. Также есть условие устойчивого развития (6), которое означает выполнение оптимального плана u^* на конец периода рассмотрения.

Оптимальный план определяется решением задачи оптимального управления:

$$\sum_{t=1}^{T} [H(u^t, x^t) - c(u^t)] \to max, u^t \geq 0 \tag{7}$$

По условию оптимальный план x^* является постоянным в любой момент времени. Механизм управления аналогичен механизму для статической модели:

$$s^*(u^t, u^*) = \begin{cases} \delta + \sum_{\tau=t-1}^{t} c(u^t), u^t = u^*, \\ 0, \text{иначе}, t = 1,2, \dots, T; \end{cases} \tag{8}$$

В качестве базовых взяты функции вида:

$$H(u, x) = a\sqrt{u} - k|x - x^*|, c(u) = bu^2, g(u, x) = p\sqrt{u} - mx. \tag{9}$$

Имитационное моделирование

С помощью метода качественно репрезентативных сценариев был проведён ряд вычислительных экспериментов с имитационной моделью, который помог проверить гипотезу об оптимальности механизма управления, аналогичного механизму для статической модели [8-10].

Были выбраны конкретные значения для переменных относительно их смысла и роли в модели. Значения переменных для вычислительных экспериментов приведены в таблице 1.

Таблица № 1

Описание переменных

Обозначение	Описание	Значения в модели
a	Коэффициент для конвертации усилий агента в денежные средства центра.	0, 1.5, 15, 100
k	Коэффициент для конвертации разности планового и фактического значений переменной состоянии в денежные средства.	0, 0.5, 1, 2, 15
b	Коэффициент для конвертации усилий агента в денежные средства для компенсации.	0, 0.5, 1, 1.5, 2
delta	Мотивационная надбавка.	0, 0.1, 0.3, 1
m	Коэффициент дискретной потери переменной состояния.	0, 0.5, 1, 2
p	Коэффициент для конвертации усилий в значение переменной состояния.	0, 0.5, 1, 2

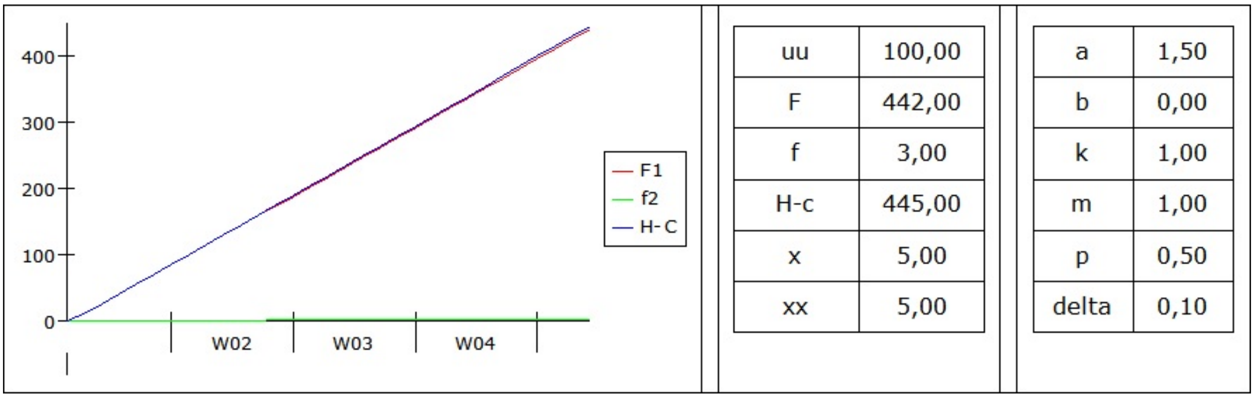
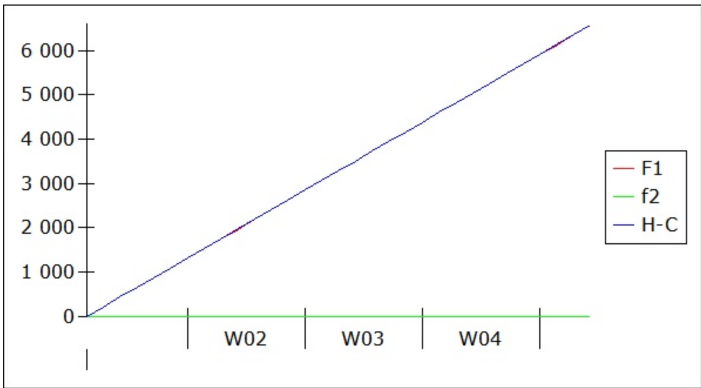


Рисунок 3. – Эксперимент при $b = 0$ и $p = 0{,}5$

При уменьшении значения p целевая функция центра возрастает. При этом, если $b = 0$, то агент всё равно будет предпринимать усилия, как изображено на рисунке 3, т.к. несмотря на то, что функция компенсации равна нулю, функция вознаграждения будет равна мотивационной надбавке, размер которой должен быть больше нуля. Тогда целевая функция центра возрастёт на размер потенциального значения компенсационной функции.

При уменьшении k целевая функция центра возрастает. При изменении m основные характеристики модели принципиально не меняются. При увеличении a целевая функция центра возрастает. Как можно видеть на рисунке 4, при $a = 100$ и $k = 0{,}5$ целевая функция центра многократно возросла.



uu	8,50
F	6 575,20
f	3,00
H-c	6 578,20
x	1,46
xx	1,46

a	100,00
b	1,00
k	0,50
m	0,20
p	0,50
delta	0,10

Рисунок 4 – Эксперимент при $a = 100$ и $k = 0{,}5$

На основе проведенных экспериментов можно вывести оптимальные значения для каждого коэффициента. Оптимальные значения приведены в таблице 2.

Таблица № 2

Оптимальные значения переменных

Обозначение	Оптимальное значение
a	$a \to max$
k	$k \to min; k > 0$
b	$b \to min; b \geq 0$
delta	$delta \to min; delta > 0$
m	$m \in [0;1]$
p	$p \to min; p > 0$

При подобных значениях коэффициентов решается задача оптимального управления, а значения целевых функций центра и агента соответствуют условиям задачи.

Также можно сказать, что механизм управления для динамической модели является оптимальным, аналогично механизму для статической модели. При этом при изменении цели управления ничего не меняется, т.к. оптимальное значение переменной состояния достигается буквально за один шаг моделирования. В дальнейшем исследовании можно провести сравнение различных правил при механизме управления, различных видах базовых функций и различных коэффициентах моделей и выяснить посредством имитационных экспериментов, что является более предпочтительным вариантом. При этом также можно продолжать руководствоваться методикой качественно репрезентативных сценариев имитационного моделирования.

Литература

1. Forrester, J.W., 1961. Industrial Dynamics. MIT Press, p.464.

2. Mechanism Design and Management: Mathematical Methods for Smart Organizations, Ed. by Prof. D. Novikov. N.Y.: Nova Science Publishers, 2013. 163 p.

3. Ougolnitsky G.A., Usov A.B. Computer Simulations as a Solution Method for Differential Games // Computer Simulations: Advances in Research and Applications. Eds. M.D. Pfeffer and E. Bachmaier. - N.Y.: Nova Science Publishers, 2018. pp.63-106.

4. Нинидзе Д.Л., Усов А.Б. Итеративный вариант метода качественно-репрезентативных сценариев имитационного моделирования // Инженерный вестник Дона. 2021. №12. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2021/7359.

5. Агиева М.Т. Качественно репрезентативные сценарии имитационного моделирования маркетинговых воздействий // Инженерный вестник Дона, 2019, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2019/5748.

6. Бурков В.Н., Коргин Н.А., Новиков Д.А. Введение в теорию управления организационными системами / Под ред. чл.-корр. РАН Д.А. Новикова. – М.: Либроком, 2009. – 264 с.

7. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. - М., 2007. – 584 с.

8. Novikov D. Control Methodology. N.Y.: Nova Science Publishers, 2013. 76 p.

9. Intiligator, M., 1971. Mathematical Optimization and Economic Theory. Prentice-Hall, N.Y., pp: 597.

10. Клейнер Г.Б. Производственные функции: Теория, методы, применение. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 239 с.

References

1. Forrester, J.W., 1961. Industrial Dynamics. MIT Press, p. 464.

2. Mechanism Design and Management: Mathematical Methods for Smart Organizations, Ed. by Prof. D. Novikov. N.Y.: Nova Science Publishers, 2013. 163 p.

3. Ougolnitsky G.A., Usov A.B. Computer Simulations: Advances in Research and Applications. Eds. M.D. Pfeffer and E. Bachmaier. N.Y.: Nova Science Publishers, 2018. pp.63-106.

4. Ninidze D.L., Usov A.B. Inzhenernyj vestnik Dona, 2021, №12 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2021/7359.

5. Agieva M.T. Inzhenernyj vestnik Dona, 2019, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2019/5748.

6. Burkov V.N., Korgin N.A., Novikov D.A. Vvedenie v teoriyu upravleniya organizatsionnymi sistemami [Introduction into theory of organizational systems management]. M.: Librokom, 2009. 264 p.

7. Novikov D.A. Teoriya upravleniya organizatsionnymi sistemami [Theory of organizational systems management]. M., 2007. 584 p.

8. Novikov D. Control Methodology. N.Y.: Nova Science Publishers, 2013. 76 p.

9. Intiligator, M., 1971. Mathematical Optimization and Economic Theory. Prentice-Hall, N.Y., pp: 597.

10. Klejner G.B. Proizvodstvennye funkcii: Teorija, metody, primenenie [Production functions: theory, methods, application]. M.: Finansy i statistika, 1986. 239 p.