

Частотно-временной анализ сигналов с использованием алгоритмов Empirical Mode Decomposition, Intrinsic Time-Scale Decomposition и Variational Mode Decomposition

А.С. Вознесенский, М.Ю. Шестопалов, Д.В. Миненков, В.В.

Гульванский, Д.И. Каплун

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет ЛЭТИ
им. В.И. Ульянова (Ленина)*

Аннотация: В статье излагаются математические основы частотно-временного анализа сигналов с использованием алгоритмов декомпозиции на эмпирические моды (Empirical Mode Decomposition – EMD), декомпозиции на внутренние моды (Intrinsic Time-Scale Decomposition – ITD) и декомпозиции на вариационные моды (Variational Mode Decomposition – VMD). Рассматриваются синтетические и реальные сигналы, искаженные аддитивным белым гауссовским шумом с различным отношением сигнал/шум. Произведено комплексное сравнение алгоритмов EMD, ITD и VMD. Исследована возможность применения этих алгоритмов в задачах очистки сигналов от шума и спектрального анализа. Произведена оценка времени выполнения алгоритмов и стабильности вычислений.

Ключевые слова: частотно-временной анализ, очистка от шума, декомпозиция, мода, преобразование Гильберта-Хуанга, Empirical Mode Decomposition, Intrinsic Time-Scale Decomposition, Variational Mode Decomposition.

Введение

Очистка сигналов от шума и спектральный анализ являются неотъемлемой частью фундаментальных и прикладных исследований во всех дисциплинах (системы диагностики и распознавания [1, 2], медицина [3-5], хаотические системы [6], сейсмология [7, 8], обнаружение неисправностей на производстве [9, 10]). Реальные данные часто нестационарные, зашумлены и получены из нелинейных систем (процессов), о которых динамическая информация (аномалии, шум, искажение, разрывы) неизвестна или очень ограничена. Однако большинство инструментов, доступных для анализа таких сигналов, лучше подходят для анализа стационарных сигналов с небольшим или нулевым шумом, полученных из линейных систем (процессов). Множество алгоритмов шумоподавления сигналов и частотно-временного анализа уже известны и хорошо исследованы: преобразование

Фурье и оконное преобразование Фурье [11], вейвлет-преобразование [12], банки фильтров (БФ): БФ с ДПФ-модуляцией и его реализации [13] – полифазный БФ и взвешенное перекрывающееся сложение (Weighted Overlap Add – WOLA), конвейерное частотное преобразование (КЧП) [14], градиентные адаптивные алгоритмы по критерию наименьших квадратов (Least Mean Squares – LMS), рекурсивные адаптивные алгоритмы по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares – RLS), фильтр Калмана [15], алгоритм разреженной аппроксимации (Matching Pursuit – MP) [16], экспоненциальное сглаживание [17]. Поскольку преобразование Фурье подходит только для анализа стационарных сигналов, было введено оконное преобразование Фурье. В обоих случаях сигнал разлагается на сумму гармоник – predetermined базис. Однако использование окна уже позволяет получить представление в осях время-частота. Вейвлет-преобразование было введено позже для решения проблемы неопределенности Гейзенберга и позволяет получить адаптивное частотно-временное разложение [18]. Базис также predetermined из-за выбора материнского вейвлета. Банки фильтров (WOLA, КЧП и т.д.) более полезны для широкополосного мониторинга, а не частотно-временного анализа. LMS, RLS – адаптивные фильтры, позволяют решать задачи идентификации системы, шумоподавления и прогнозирования [19]. Фильтр Калмана – мощный инструмент для оценки и прогнозирования состояний системы в условиях неопределенности и широко используется в качестве фундаментального компонента в таких приложениях, как отслеживание цели, навигация и управление [20]. MP – это жадный алгоритм, который вычисляет наилучшее нелинейное приближение к сигналу в полном избыточном словаре базисных функций [21]. MP также использует predetermined базис, но он может состоять из многих функций, таких как вейвлеты, гармоники, полиномы и т. д. [22]. MP генерирует последовательность

разреженных приближений к сигналу пошагово [23]. Некоторые алгоритмы более предпочтительны для прогнозирования, такие как экспоненциальное сглаживание, сглаживание Хольта и сглаживание Хольта-Винтерса [24]. Алгоритмы следующего поколения, такие как декомпозиция на эмпирические моды (Empirical Mode Decomposition – EMD) [25, 26], декомпозиция на внутренние моды (Intrinsic Time-Scale Decomposition – ITD) [27 – 29] и декомпозиция на вариационные моды (Variational Mode Decomposition – VMD) [30], исследованы менее подробно, и их дальнейшее изучение представляет значительный интерес из-за их полностью адаптивной концепции [31 – 33]. Основная идея заключается в разложении сигнала на особые составляющие – моды. В статье произведено комплексное сравнение алгоритмов EMD, ITD и VMD: исследована возможность применения этих алгоритмов в задачах очистки сигналов от шума и спектрального анализа, произведена оценка времени выполнения алгоритмов и стабильности вычислений.

Empirical Mode Decomposition

Empirical Mode Decomposition – это адаптивный метод многомасштабного анализа для разложения сигнала на физически значимые компоненты – эмпирические моды (ЭМ) [25, 34]. EMD можно использовать для анализа нелинейных и нестационарных сигналов путем их разделения на компоненты с различным разрешением. Некоторые из распространенных приложений эмпирической модовой декомпозиции – обнаружение неисправностей подшипников, анализ биомедицинских данных, анализ силовых сигналов и сейсмических сигналов и т.д.

Алгоритм EMD состоит из следующих шагов (рис. 1):

- i. Определить все локальные экстремумы сигнала – $x(t)$.

- ii. Определить верхнюю и нижнюю огибающую сигнала с помощью кубического сплайна, используя локальные максимум и минимум соответственно.
- iii. Рассчитать локальное среднее значение двух огибающих – $m(t)$.
- iv. Рассчитать разницу между сигналом и локальным средним значением – $d(t) = x(t) - m(t)$.
- v. Заменить $x(t)$ на $d(t)$.
- vi. Повторять шаги 1-5, пока $d(t)$ не станет функцией с нулевым средним. Тогда $d(t)$ – первая мода $c_1(t)$.
- vii. Вычесть моду из сигнала $r_1(t) = x(t) - c_1(t)$.
- viii. Повторять шаги 1–7, чтобы получить n -ю моду после n итераций, $c_n(t)$.
- ix. Процесс останавливается, когда $r_n(t)$ становится монотонной функцией (остаток или тренд), из которой больше невозможно извлечь очередную моду.

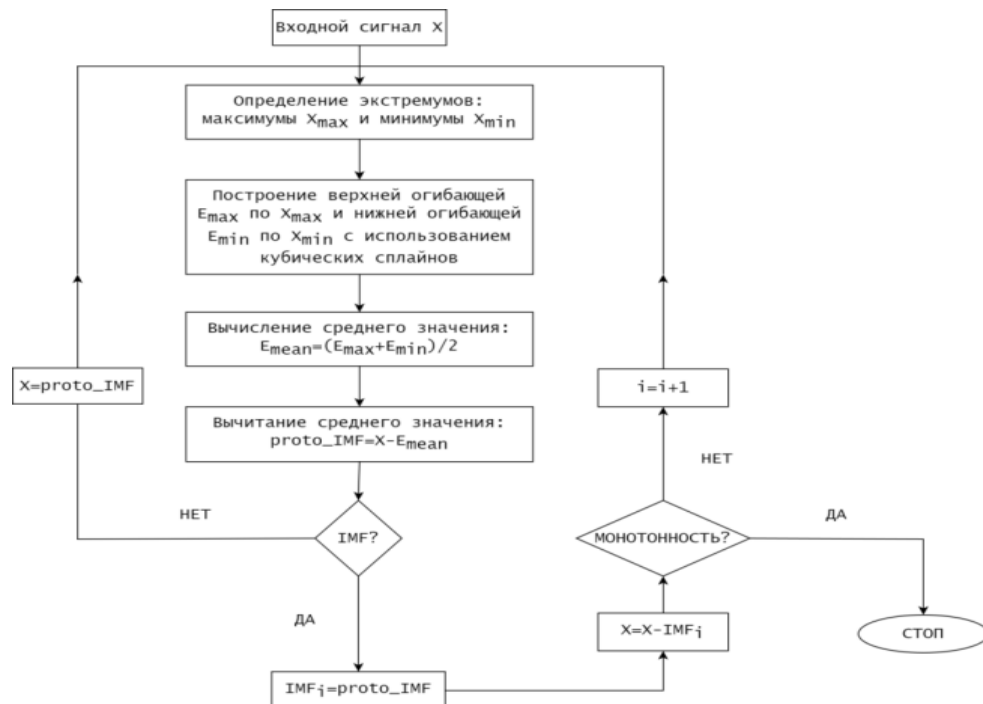


Рис. 1. – Empirical Mode Decomposition

Intrinsic Time-Scale Decomposition

Intrinsic Time-Scale Decomposition является чисто алгоритмическим, не содержащим потерь итеративным разложением временного ряда $Y(i)_{i=1}^N$. На первом этапе сигнал разлагается на высокочастотную (ВЧ) компоненту (англ. “proper rotation” – колебательный режим, в котором максимумы и минимумы положительны и отрицательны соответственно) – $R_1(i)$ и низкочастотную (НЧ) компоненту (англ. “baseline” – тренд) – $B_1(i)$. НЧ-компонента B_1 теперь разлагается тем же способом, производя ВЧ-компоненту R_2 и НЧ-компоненту B_2 , и так далее. Процесс останавливается, когда результирующая НЧ-компонента имеет только два экстремума или является константой [27]. Псевдокод ITD показан на рис. 2 [28].

```

for  $i = 1 \rightarrow N$  do
     $B^0(i) \leftarrow Y(i)$ ,
end for
Find  $(\tau^0, B_k^0)$  if an extremal value is repeated, pick the right-most of the sequence.
 $K^0 = \dim(\tau^0)$ 
 $j \leftarrow 0$ 

while  $K^j \geq 2$  do
     $B_1^{j+1} = \frac{1}{2}(B_2^j + B_1^j)$ ;  $B_{K^j}^{j+1} = \frac{1}{2}(B_{K^j-1}^j + B_{K^j}^j)$ ; "free" knot conditions at both ends.
    for  $k = 2 : K^j - 1$  do
        
$$B_k^{j+1} = \frac{1}{2} \left[ B_{k-1}^j + \frac{(\tau_k^j - \tau_{k-1}^j)}{(\tau_{k+1}^j - \tau_{k-1}^j)} (B_{k+1}^j - B_{k-1}^j) \right] + \frac{1}{2} B_k^j. \quad (A.1)$$

    end for
    for  $k = 1 : K^j - 1$  do
        for  $i = 1 : N \cap (\tau_k^j, \tau_{k+1}^j]$  do
            
$$B^{j+1}(i) = B_k^{j+1} + \frac{(B_{k+1}^{j+1} - B_k^{j+1})}{(B_{k+1}^j - B_k^j)} (B^j(i) - B_k^j), \quad (A.2)$$

            
$$R^{j+1}(i) = B^j(i) - B^{j+1}(i), \quad (A.3)$$

        end for
    end for
     $j \leftarrow j + 1$ 
    Find  $(\tau^j)$  if an extremal value is repeated, pick the right-most one.
     $K^j \leftarrow \dim(\tau^j)$ 
end while

```

Рис. 2. – Intrinsic Time-Scale Decomposition

Variational Mode Decomposition

Variational Mode Decomposition разлагает сигнал $x(t)$ на небольшое число K узкополосных мод [30, 35]:

$$x(t) = \sum_{k=1}^K u_k(t)$$

Псевдокод VMD показан на рис. 3 [30].

Моды обладают следующими характеристиками:

- i. Каждая мода u_k представляет собой амплитудно-частотно-модулированный сигнал вида: $u_k(t) = A_k(t) \cos(\varphi_k(t))$, где $\varphi_k(t)$ – фаза моды, а $A_k(t)$ – ее огибающая.
- ii. Моды имеют положительные и медленно меняющиеся огибающие.
- iii. Каждая мода имеет мгновенную частоту $\varphi'_k(t)$, которая не убывает, медленно меняется и концентрируется вокруг центрального значения f_k .

Initialize $\hat{u}_k^1, \omega_k^1, \hat{\lambda}^1, n \leftarrow 0$

repeat

$n \leftarrow n + 1$

for $k = 1 : K$ **do**

Update \hat{u}_k for all $\omega \geq 0$:

$$\hat{u}_k^{n+1} \leftarrow \frac{\hat{f} - \sum_{i < k} \hat{u}_i^{n+1} - \sum_{i > k} \hat{u}_i^n + \frac{\hat{\lambda}^n}{2}}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k^n)^2} \quad (29)$$

Update ω_k :

$$\omega_k^{n+1} \leftarrow \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}_k^{n+1}(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_k^{n+1}(\omega)|^2 d\omega} \quad (30)$$

end for

Dual ascent for all $\omega \geq 0$:

$$\hat{\lambda}^{n+1} \leftarrow \hat{\lambda}^n + \tau \left(\hat{f} - \sum_k \hat{u}_k^{n+1} \right) \quad (31)$$

until convergence: $\sum_k \|\hat{u}_k^{n+1} - \hat{u}_k^n\|_2^2 / \|\hat{u}_k^n\|_2^2 < \epsilon$.

Рис. 3. – Variational Mode Decomposition

Алгоритм VMD одновременно вычисляет все формы волн мод и их центральные частоты [36-38]. Процесс состоит в нахождении набора $u_k(t)$ и $f_k(t)$, которые минимизируют ограниченную вариационную задачу.

Моделирование и результаты

Идея та же, что и в [39] и [6] – использование VMD-мод вместо EMD-мод в алгоритмах шумоподавления и преобразовании Гильберта-Хуанга. Рассматривается тестовый синтетический сигнал и реальные сигналы (рис. 4-5): сейсмический [40, 41] и ЭКГ [42, 43], искаженные аддитивным белым гауссовским шумом (АГБШ) с различным SNR = [-6 -3 -1 0 1 3 6 10 20 40] дБ. Тестовый синтетический сигнал – мультигармонический сигнал с АГБШ SNR=40 дБ: $x(t) = \cos(2\pi f_1 t) + 2 \cos(2\pi f_2 t) + 4 \cos(2\pi f_3 t)$, $f_1 = 8$ Гц, $f_2 = 16$ Гц, $f_3 = 32$ Гц. Модель АГБШ выглядит следующим образом: $z(t) = x(t) + \eta(t)$. Здесь: $x(t)$ – входной сигнал, $z(t)$ – зашумленный сигнал, $\eta(t) \sim N(0, 1)$ – шум. Качество шумоподавления оценивалось по

метрике RMSE: $RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{n}}$

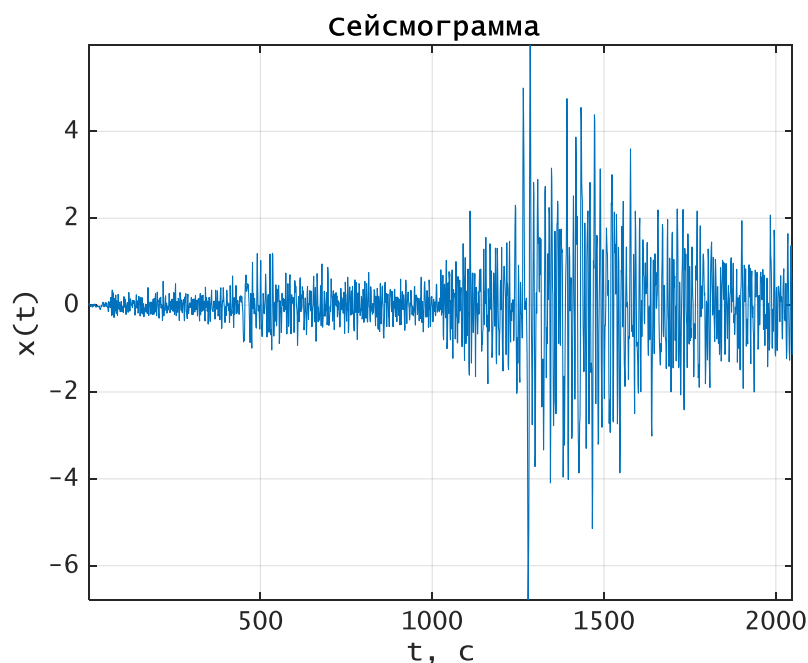


Рис. 4. – Запись землетрясения

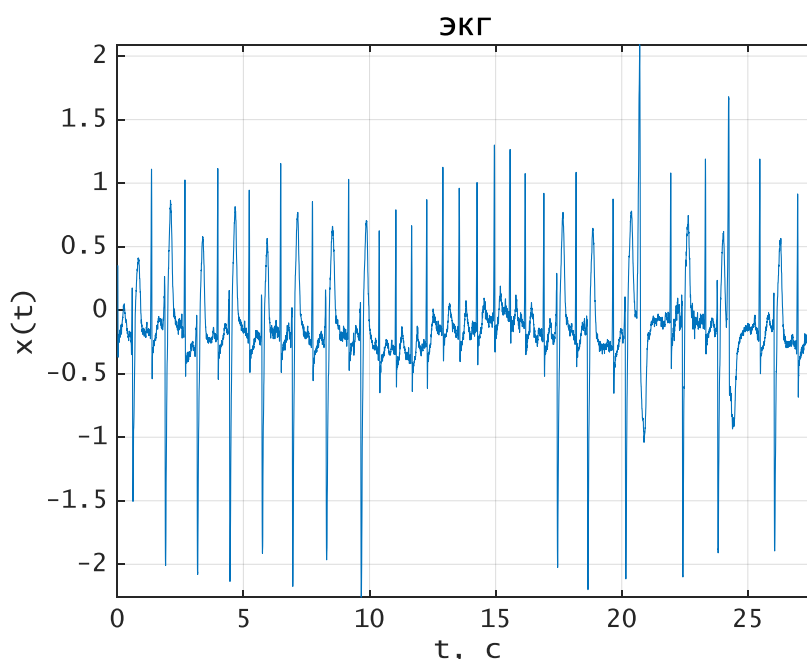


Рис. 5. – Запись ЭКГ

Моделирование проводилось на ПК со следующей архитектурой: ОС Win 11 64-бит, ЦП Intel Core i7-12700KF 3.6-5.0 (режим Boost) ГГц (ядра: 8P+4E, потоки: 20), ОЗУ DDR5 Kingston FURY Beast Black RGB 6.0 ГГц 32 Гб, видеокарта NVIDIA GeForce RTX 3080 GDDR6X 10 Гб, ядра CUDA 8704, MATLAB R2022b 64-бит.

Спектральный анализ

Пусть максимальное количество ЭМ – 5. Из свойств разложения на моды известно, что: первая-вторая ЭМ – шум (максимальная энергия ЭМ), затем – компоненты сигнала, последняя ЭМ – тренд (минимальная энергия ЭМ). Можно заметить, что в сравнении с EMD и ITD, VMD отчетливо выделяет из сигнала три гармоники с заданной частотой и амплитудой, не смешивая их с шумом и друг с другом, что хорошо видно во временной и частотной областях (рис. 6). Можно предположить, что путем отбрасывания первой и последней моды можно эффективно очистить сигнал от шума.

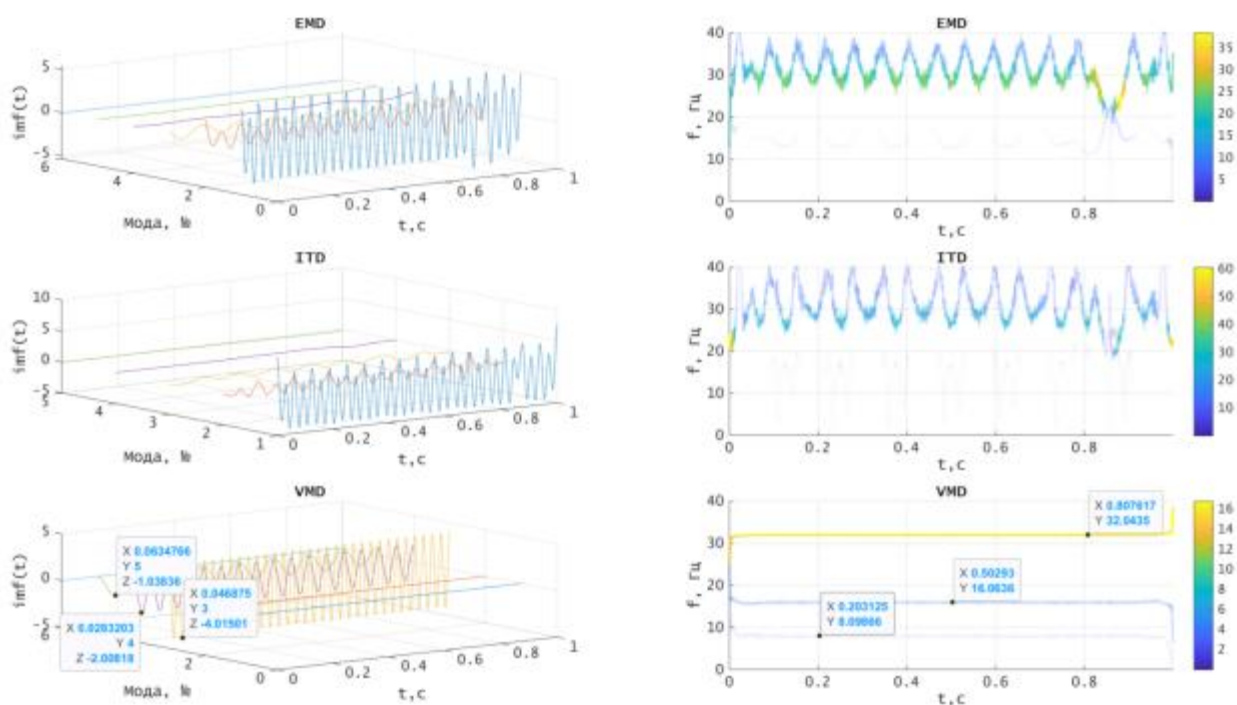


Рис. 6. – Частотно-временной анализ с использованием алгоритмов EMD, ITD, VMD

Очистка сигналов от шума

Рассмотрим следующие алгоритмы очистки сигналов от шума: Ensemble EMD [44], Conventional EMD [45] и Iterative EMD [45], а также их модификации: Ensemble ITD [39], Conventional ITD [39], Iterative ITD [39], Ensemble VMD, Conventional VMD, Iterative VMD (VMD-модификации аналогичны ITD-модификациям [39]). Simple-EMD, Simple-ITD, Simple-VMD – семейство простых алгоритмов очистки сигналов от шума (отбрасывается первая и последняя моды в соответствии с выводами, сделанными выше).

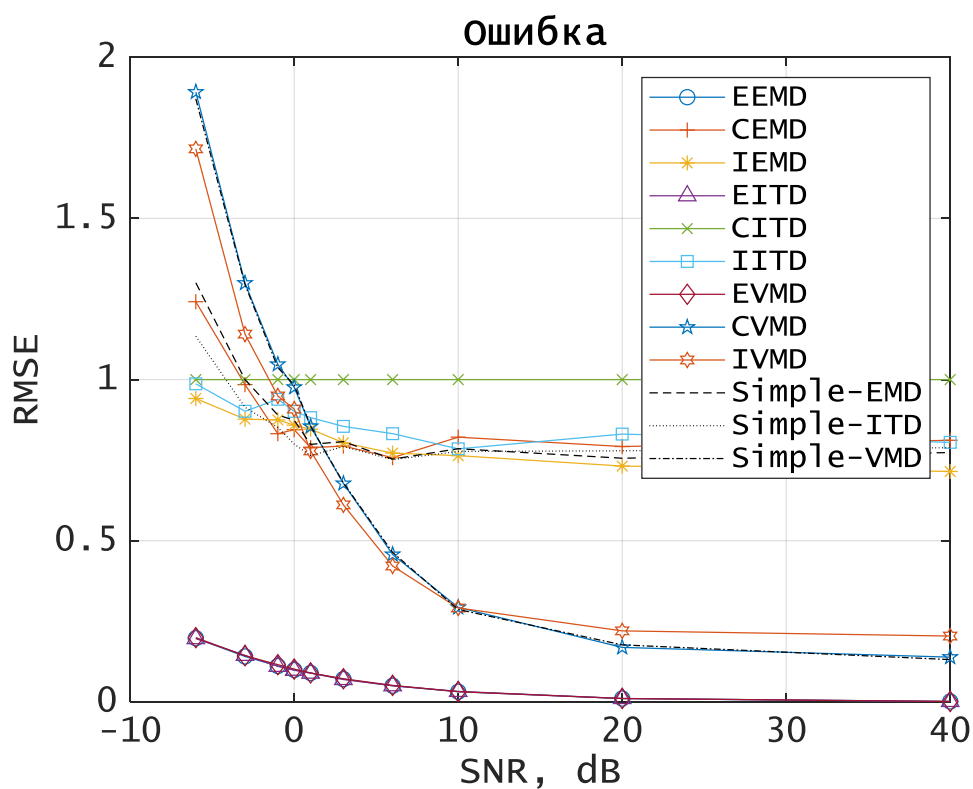


Рис. 7. – Зависимость ошибки RMSE от отношения сигнал/шум (сейсмограмма)

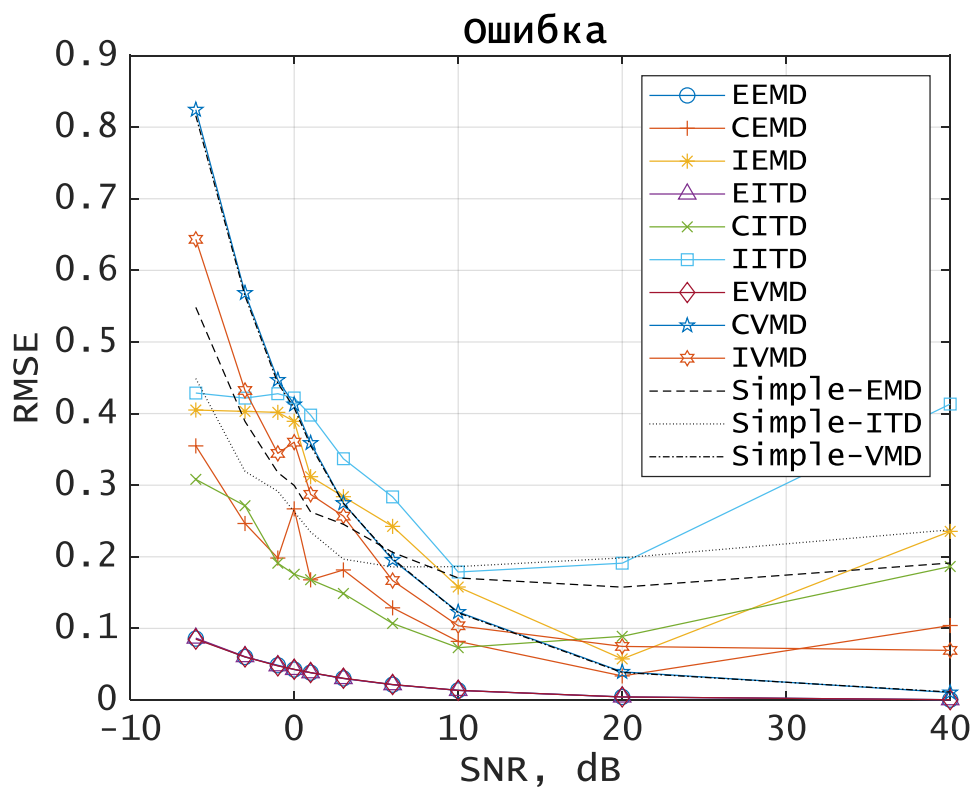


Рис. 8. – Зависимость ошибки RMSE от отношения сигнал/шум (ЭКГ)

Можно сделать вывод о том, что VMD можно использовать для шумоподавления без использования сложных алгоритмов – отбросив первые компоненты разложения и тренд (рис. 7-8), что позволит существенно снизить программно-аппаратные затраты, однако, нужно учитывать сложность самого VMD.

Оценка времени выполнения

Будем использовать тестовый сигнал с шумом. Максимальное количество мод в разложении – 10. Длина сигнала равна степени 2 в диапазоне 1024...32768. Для выполнения надежного измерения указанная функция (EMD, ITD или VMD) вызывалась несколько раз, и возвращалась медиана измерений (если функция выполняется быстро, возможно много вызовов функции). Коэффициент вариации оценивался по формуле: $CV = \mu/\sigma$, где μ – математическое ожидание, σ – среднеквадратическое отклонение (СКО).

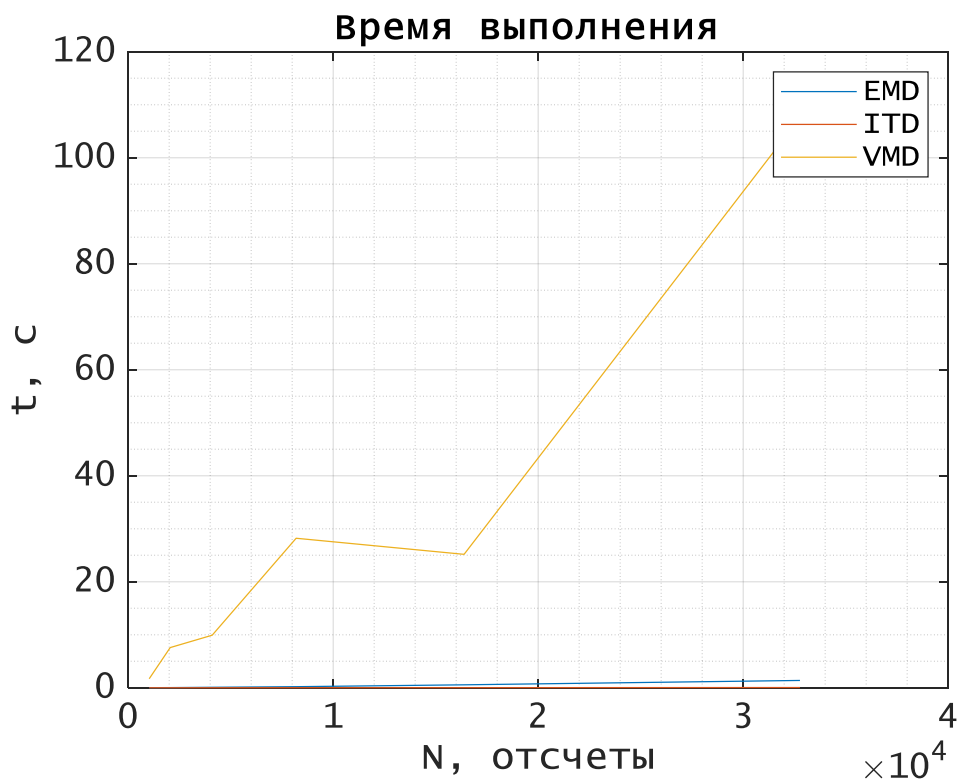


Рис. 9. – Оценка времени выполнения алгоритмов EMD, ITD и VMD

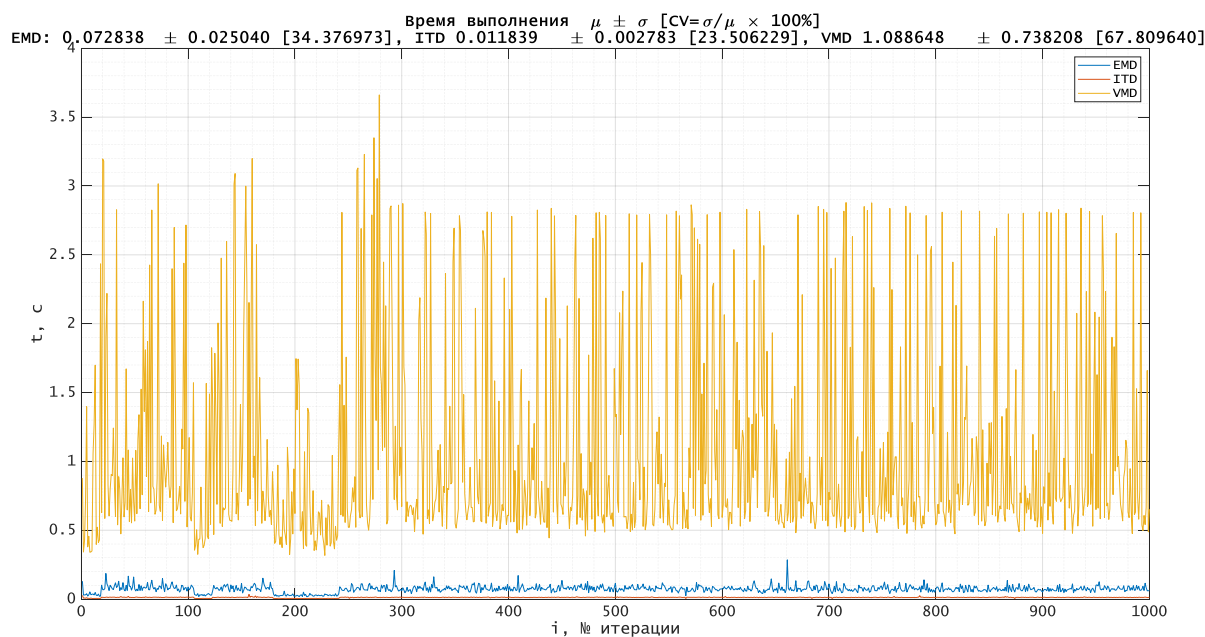


Рис. 10. – Оценка времени выполнения алгоритмов EMD, ITD и VMD.

Коэффициент вариации

Самым быстрым алгоритмом является ITD (CV=23.5%), а самым медленным алгоритмом является VMD (CV=67.8%). EMD (CV=34.4%) находится посередине между ITD и VMD по времени выполнения и стабильности вычислений (рис. 9-10).

Заключение

В статье представлен обзор алгоритмов Empirical Mode Decomposition (EMD), Intrinsic Time-Scale Decomposition (ITD) и Variational Mode Decomposition (VMD). Проводится сравнительный анализ качества очистки сигналов от шума и спектрального анализа с использованием данных алгоритмов. Также оценивается время выполнения алгоритмов. Можно сделать вывод, что Ensemble ITD является отличным решением для шумоподавления благодаря качеству и скорости, в то время как VMD более предпочтителен для спектрального анализа и обнаружения аномалий. Одно из главных отличий – VMD не является рекурсивным. ITD – это сверхбыстрый алгоритм частотно-временного анализа, и это лучшее решение

для систем реального времени. Кроме того, ИТД является наиболее стабильным (VMD – наименее стабильным) – согласно метрике CV времени выполнения.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № №075-00003-24-01 от 08.02.2024 (проект FSEE-2024-0003).

Литература

1. Берестень М.П., Зенов А.Ю. Концепция организации обработки информации в системах диагностики и распознавания. // Инженерный вестник Дона. 2013. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1568.
2. Гайниязов И.М., Обабков И.Н. Метод снижения размерности данных о движении, основанный на вейвлет-преобразовании. // Инженерный вестник Дона. 2021. №9. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2021/7207.
3. Cura O. K., Atli S. K., Akan A. Attention deficit hyperactivity disorder recognition based on intrinsic time-scale decomposition of EEG signals // Biomedical Signal Processing and Control. 2023. V. 81. Pp. 104512.
4. Barbosh M., Singh P., Sadhu A. Empirical mode decomposition and its variants: A review with applications in structural health monitoring // Smart Materials and Structures. 2020. V. 29. №. 9. P. 093001.
5. Maji U., Pal S. Empirical mode decomposition vs. variational mode decomposition on ECG signal processing: A comparative study // 2016 international conference on advances in computing, communications and informatics (ICACCI). IEEE, 2016. Pp. 1129-1134.
6. Voznesensky A., Butusov D., Rybin V., Kaplun D., Karimov T., Nepomuceno E. Denoising chaotic signals using ensemble intrinsic time-scale decomposition // IEEE Access. 2022. V. 10. Pp. 115767-115775.

7. Liu W., Liu Y., Li S., Chen Y. A review of variational mode decomposition in seismic data analysis // *Surveys in Geophysics*. 2023. V. 44. №. 2. Pp. 323-355.
 8. Yao X., Zhou Q., Wang C., Hu J., Liu P. An adaptive seismic signal denoising method based on variational mode decomposition // *Measurement*. 2021. V. 177. P. 109277.
 9. Lei Y., Lin J., He Z., Zuo MJ. A review on empirical mode decomposition in fault diagnosis of rotating machinery // *Mechanical systems and signal processing*. 2013. V. 35. №. 1-2. Pp. 108-126.
 10. An X., Jiang D., Chen J, Liu C. Application of the intrinsic time-scale decomposition method to fault diagnosis of wind turbine bearing // *Journal of Vibration and Control*. 2012. V. 18. №. 2. Pp. 240-245.
 11. Ronald N. Bracewell. *The Fourier Transform and its Applications* (second edition, revised). McGraw-Hill Book Company, 1986
 12. Mallat S. *A wavelet tour of signal processing*. 1999.
 13. Crochiere R. E., Rabiner L. R. *Multirate digital signal processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-hall, 1983. V. 18.
 14. ON Semiconductor. *Wola filterbank coprocessor: Introductory concepts and techniques*. URL: onsemi.com/pub/collateral/and8382-d.pdf (доступно 23.10.24).
 15. Haykin S. S. *Adaptive filter theory*. Pearson Education India, 2002.
 16. Mallat S. G., Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries // *IEEE Transactions on signal processing*. 1993. V. 41. №. 12. Pp. 3397-3415.
 17. Pangestu A. I., Andayani P. Implementation of Holt-Winter Exponential Smoothing Method to Forecast The Spread of Covid-19 // *Indonesian Journal of Mathematics and Applications*. 2023. V. 1. №. 2. Pp. 13-24.
 18. Daubechies I. *Ten lectures on wavelets* // *Society for industrial and applied mathematics*. 1992.
 19. Hayes M. H. *Statistical Digital Signal Processing and Modeling*. John Wiley & Sons, 1996.
-

20. Bishop G., Welch G. An introduction to the kalman filter // Proc of SIGGRAPH, Course. 2001. V. 8. №. 27599-23175. P. 41.
 21. Tropp J. A. Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation // IEEE Transactions on Information theory. 2004. V. 50. №. 10. Pp. 2231-2242.
 22. Gribonval R., Bacry E. Harmonic decomposition of audio signals with matching pursuit // IEEE Transactions on signal processing. 2003. V. 51. №. 1. Pp. 101-111.
 23. Bergeaud F., Mallat S. Matching pursuit of images // Proceedings., International Conference on Image Processing. IEEE, 1995. V. 1. Pp. 53-56.
 24. Al-Gounmeein RS., Ismail MT., Al-Hasanat BN, Awajan AM. Improving models accuracy using kalman filter and holt-winters approaches based on arfima models // IAENG International Journal of Applied Mathematics. 2023. V. 53. №. 3. Pp. 98-107.
 25. Huang NE., Shen Z., Long SR., Wu MC., Shih HH., Zheng Q., Yen NC., Tung CC., Liu HH.. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis // Proceedings of the Royal Society of London. 2005.
 26. Huang N. E. Hilbert-Huang transform and its applications. World scientific, 2014. V. 16.
 27. Frei M. G., Osorio I. Intrinsic time-scale decomposition: timefrequencyenergy analysis and real-time filtering of non-stationary signals // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2007. V. 463. №. 2078. Pp. 321-342.
 28. Restrepo JM., Venkataramani S., Comeau D., Flaschka H. Defining a trend for time series using the intrinsic time-scale decomposition // New Journal of Physics. 2014. V. 16. №. 8. Pp. 085004.
 29. Guo J., Liu Y., Li J., Xiang J. Rotating machinery fault detection using a new version of intrinsic time-scale decomposition // IEEE Sensors Journal. 2023.
-

30. Dragomiretskiy K., Zosso D. Variational mode decomposition // IEEE transactions on signal processing. 2013. V. 62. №. 3. Pp. 531-544.
 31. Akan A., Cura O. K. Timefrequency signal processing: Today and future // Digital Signal Processing. 2021. V. 119. P. 103216.
 32. Ceylan B., Tüzün S., Akan A. Liking Status Estimation Using EEG Signals and Mode Decomposition Method // 2022 30th Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU). IEEE, 2022. Pp. 1-4.
 33. Cura OK., Akan A., Yilmaz GC., Ture HS. Detection of alzheimer's dementia by using signal decomposition and machine learning methods // International journal of neural systems. 2022. V. 32. №. 09. P. 2250042.
 34. Quinn AJ., Lopes-dos-Santos V., Dupret D, Nobre AC., Woolrich MW. EMD: Empirical mode decomposition and Hilbert-Huang spectral analyses in Python // Journal of open source software. 2021. V. 6. №. 59.
 35. Nazari M., Sakhaei S. M. Successive variational mode decomposition // Signal Processing. 2020. V. 174. P. 107610.
 36. Huo Z., Jia G., Fang W., Chen W., Zhang W. A-VMD: Adaptive Variational Mode Decomposition Scheme for Noise Reduction in Sensor-Cloud // International Conference on Ubiquitous Security. Singapore : Springer Nature Singapore, 2022. Pp. 485-496.
 37. Angelou A. G., Apostolidis G. K., Hadjileontiadis L. J. Dynamic Bandwidth Variational Mode Decomposition // ICASSP 2024-2024 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). IEEE, 2024. Pp. 9571-9575.
 38. Raihan Kurnia Putra H., Yudistira N., Fatyanosa T. N. Variational Mode Decomposition and Linear Embeddings are What You Need For Time-Series Forecasting // arXiv e-prints. 2024. P. arXiv: 2408.16122.
 39. Voznesensky A., Kaplun D. Adaptive signal processing algorithms based on EMD and ITD // IEEE Access. 2019. V. 7. Pp. 171313-171321.
-

40. Shumway R. H., Stoffer D. S., Stoffer D. S. Time series analysis and its applications. New York : springer, 2000. V. 3. P. 4.
41. Stoffer D., Poison N. astats: Applied statistical time series analysis // R package version. 2014. V. 1.
42. Moody G. B., Mark R. G. The impact of the MIT-BIH arrhythmia database // IEEE engineering in medicine and biology magazine. 2001. V. 20. №. 3. Pp. 45-50.
43. Moody G. B. Evaluating ECG analyzers // WFDB Applications Guide. 2003.
44. Taebi A., Mansy H. A. Noise cancellation from vibrocardiographic signals based on the ensemble empirical mode decomposition // J. Appl. Biotechnol. Bioeng. 2017. V. 2. №. 2. P. 24.
45. Kopsinis Y., McLaughlin S. Empirical mode decomposition based denoising techniques // 1st international work-shop on cognitive information processing (CIP). 2008.

References

1. Beresten' M.P., Zenov A.Y. Inzhenernyj vestnik Dona. 2013. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1568.
2. Gayniyarov I.M., Obabkov I.N. Inzhenernyj vestnik Dona. 2021. №9. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2021/7207.
3. Cura O. K., Atli S. K., Akan A. Biomedical Signal Processing and Control. 2023. V. 81. Pp. 104512.
4. Barbosh M., Singh P., Sadhu A. Smart Materials and Structures. 2020. V. 29. №. 9. P. 093001.
5. Maji U., Pal S. Empirical mode decomposition vs. variational mode decomposition on ECG signal processing: A comparative study. 2016 international conference on advances in computing, communications and informatics (ICACCI). IEEE, 2016. Pp. 1129-1134.



6. Voznesensky A., Butusov D., Rybin V., Kaplun D., Karimov T., Nepomuceno E. Denoising chaotic signals using ensemble intrinsic time-scale decomposition. *IEEE Access*. 2022. V. 10. Pp. 115767-115775.
 7. Liu W., Liu Y., Li S., Chen Y. *Surveys in Geophysics*. 2023. V. 44. №. 2. Pp. 323-355.
 8. Yao X., Zhou Q., Wang C., Hu J., Liu P. *Measurement*. 2021. V. 177. P. 109277.
 9. Lei Y., Lin J., He Z., Zuo MJ. A review on empirical mode decomposition in fault diagnosis of rotating machinery. *Mechanical systems and signal processing*. 2013. V. 35. №. 1-2. Pp. 108-126.
 10. An X., Jiang D., Chen J, Liu C. Application of the intrinsic time-scale decomposition method to fault diagnosis of wind turbine bearing. *Journal of Vibration and Control*. 2012. V. 18. №. 2. Pp. 240-245.
 11. Ronald N. Bracewell. *The Fourier Transform and its Applications* (second edition, revised). McGraw-Hill Book Company, 1986
 12. Mallat S. *A wavelet tour of signal processing*. 1999.
 13. Crochiere R. E., Rabiner L. R. *Multirate digital signal processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-hall, 1983. V. 18.
 14. ON Semiconductor. *Wola filterbank coprocessor: Introductory concepts and techniques*. URL: onsemi.com/pub/collateral/and8382-d.pdf (доступно 23.10.24).
 15. Haykin S. S. *Adaptive filter theory*. Pearson Education India, 2002.
 16. Mallat S. G., Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries . *IEEE Transactions on signal processing*. 1993. V. 41. №. 12. Pp. 3397-3415.
 17. Pangestu A. I., Andayani P. *Indonesian Journal of Mathematics and Applications*. 2023. V. 1. №. 2. Pp. 13-24.
 18. Daubechies I. *Ten lectures on wavelets*. Society for industrial and applied mathematics. 1992.
-

19. Hayes M. H. Statistical Digital Signal Processing and Modeling. John Wiley & Sons, 1996.
 20. Bishop G., Welch G. An introduction to the kalman filter. Proc of SIGGRAPH, Course. 2001. V. 8. №. 27599-23175. P. 41.
 21. Tropp J. A. Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation. IEEE Transactions on Information theory. 2004. V. 50. №. 10. Pp. 2231-2242.
 22. Gribonval R., Bacry E. Harmonic decomposition of audio signals with matching pursuit. IEEE Transactions on signal processing. 2003. V. 51. №. 1. Pp. 101-111.
 23. Bergeaud F., Mallat S. Matching pursuit of images. Proceedings., International Conference on Image Processing. IEEE, 1995. V. 1. Pp. 53-56.
 24. Al-Gounmeein RS., Ismail MT., Al-Hasanat BN, Awajan AM. IAENG International Journal of Applied Mathematics. 2023. V. 53. №. 3. Pp. 98-107.
 25. Huang NE., Shen Z., Long SR., Wu MC., Shih HH., Zheng Q., Yen NC., Tung CC., Liu HH.. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. Proceedings of the Royal Society of London. 2005.
 26. Huang N. E. Hilbert-Huang transform and its applications. World scientific, 2014. V. 16.
 27. Frei M. G., Osorio I. Intrinsic time-scale decomposition: timefrequencyenergy analysis and real-time filtering of non-stationary signals . Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2007. V. 463. №. 2078. Pp. 321-342.
 28. Restrepo JM., Venkataramani S., Comeau D., Flaschka H. Defining a trend for time series using the intrinsic time-scale decomposition. New Journal of Physics. 2014. V. 16. №. 8. Pp. 085004.
 29. Guo J., Liu Y., Li J., Xiang J. IEEE Sensors Journal. 2023.
-

30. Dragomiretskiy K., Zosso D. IEEE transactions on signal processing. 2013. V. 62. №. 3. Pp. 531-544.
31. Akan A., Cura O. K. Digital Signal Processing. 2021. V. 119. P. 103216.
32. Ceylan B., Tüzün S., Akan A. Liking Status Estimation Using EEG Signals and Mode Decomposition Method. 2022 30th Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU). IEEE, 2022. Pp. 1-4.
33. Cura OK., Akan A., Yilmaz GC., Ture HS. International journal of neural systems. 2022. V. 32. №. 09. P. 2250042.
34. Quinn AJ., Lopes-dos-Santos V., Dupret D, Nobre AC., Woolrich MW. Journal of open source software. 2021. V. 6. №. 59.
35. Nazari M., Sakhaei S. M. Signal Processing. 2020. V. 174. P. 107610.
36. Huo Z., Jia G., Fang W., Chen W., Zhang W. International Conference on Ubiquitous Security. Singapore: Springer Nature Singapore, 2022. Pp. 485-496.
37. Angelou A. G., Apostolidis G. K., Hadjileontiadis L. J. Dynamic Bandwidth Variational Mode Decomposition. ICASSP 2024-2024 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). IEEE, 2024. Pp. 9571-9575.
38. Raihan Kurnia Putra H., Yudistira N., Fatyanosa T. N. Variational Mode Decomposition and Linear Embeddings are What You Need For Time-Series Forecasting . arXiv e-prints. 2024. P. arXiv: 2408.16122.
39. Voznesensky A., Kaplun D. Adaptive signal processing algorithms based on EMD and ITD . IEEE Access. 2019. V. 7. Pp. 171313-171321.
40. Shumway R. H., Stoffer D. S., Stoffer D. S. Time series analysis and its applications. New York : springer, 2000. V. 3. P. 4.
41. Stoffer D., Poison N. astsa: Applied statistical time series analysis. R package version. 2014. V. 1.



42. Moody G. B., Mark R. G. The impact of the MIT-BIH arrhythmia database . IEEE engineering in medicine and biology magazine. 2001. V. 20. №. 3. Pp. 45-50.
43. Moody G. B. Evaluating ECG analyzers . WFDB Applications Guide. 2003.
44. Taebi A., Mansy H. A. Noise cancellation from vibrocardiographic signals based on the ensemble empirical mode decomposition. J. Appl. Biotechnol. Bioeng. 2017. V. 2. №. 2. P. 24.
45. Kopsinis Y., McLaughlin S. Empirical mode decomposition based denoising techniques. 1st international work-shop on cognitive information processing (CIP). 2008.

Дата поступления: 18.09.2024

Дата публикации: 2.11.2024