Инженерный вестник Дона№4, ч.2 (2014)
ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2014/2746

Стратифицированные слои смазочного материала с различными физико-механическими свойствами

М.А. Мукутадзе

Ростовский государственный университет путей сообщения

Аннотация: В работе на основе уравнений движения вязкой и вязкопластичной жидкой среды с использованием приближения типа «тонкого слоя» для безразмерных переменных с учетом зависимости вязкости и предельного напряжения сдвига от давления, приводится автомодельное решение с использованием функций тока стратифицированного течения смазочного материала в подшипниках скольжения с различными физико-механическими свойствами. Предложенные здесь расчетные модели в отличие от существующих двухслойных стратификаций смазочного материала, но и учитывает разную физическую природу этих слоев, вязкую и взякопластичную и их разное течение. Получен численный анализ зависимостей параметров пластичности и несущей способности подшипника с двойным смазочным слоем.
Ключевые слова: двухслойная смазка, поддерживающая сила, адаптированный профиль, стратифицированное течение, зависимость вязкости от давления, вязкопластичная смазка.

Известно что, при наличии в смазочной жидкости частиц присадок или продуктов износа, а также за счет пристенной ориентации ее молекул вблизи твердой опорной поверхности подшипника происходит расслоение смазки на слои с различной вязкостью. Слоистое течение вязкой несжимаемой жидкости в зазоре упорного и радиального подшипников рассматривалось в работах [1-6]. Существенный недостаток предлагаемой здесь методики заключается в том, что в расчетной модели не учитывается зависимость вязкости от давления. При больших значениях давления в смазочном слое вязкость смазки существенно возрастает и возникает необходимость учета зависимости вязкости от давления [7-15].

В этой задаче рассматривается раздельное двухслойное течение вязкого и вязкопластичного жидкого смазочного материала между валом и подшипниковой втулкой. Вал, радиусом r_0, вращается с постоянной угловой скоростью Ω, а подшипниковая втулка, радиусом r_2 , неподвижна. Граница раздела смазочных слоев является окружностью с радиусом

$r_0+\delta\alpha,\ \alpha\in[0,1]$, эксцентричной относительно вала. Зависимости вязкости смазочных слоев и предельные напряжения сдвига выражаются формулами

$$\mu_i'=\mu_{0i}e^{\tilde{\alpha}^{*}p'},\quad \tau'=\tau_0\tau,\ (i=1,2). \tag{1}$$

Здесь μ_{0i} и τ_0 – соответственно характерные вязкости и характерное предельное напряжение сдвига вязкопластичной смазки.

В полярной системе координат, полюс которой расположен в центре вала, уравнение контуров вала, границы раздела слоев и контура подшипника запишутся в виде (см. рис. 1)

$$r'=r_0,\quad r'=r_0+\delta\alpha+\alpha e\cos\theta,\quad r'=r_2+e\cos\theta, \tag{2}$$

где e – эксцентриситет; $\delta=r_2-r_0$.

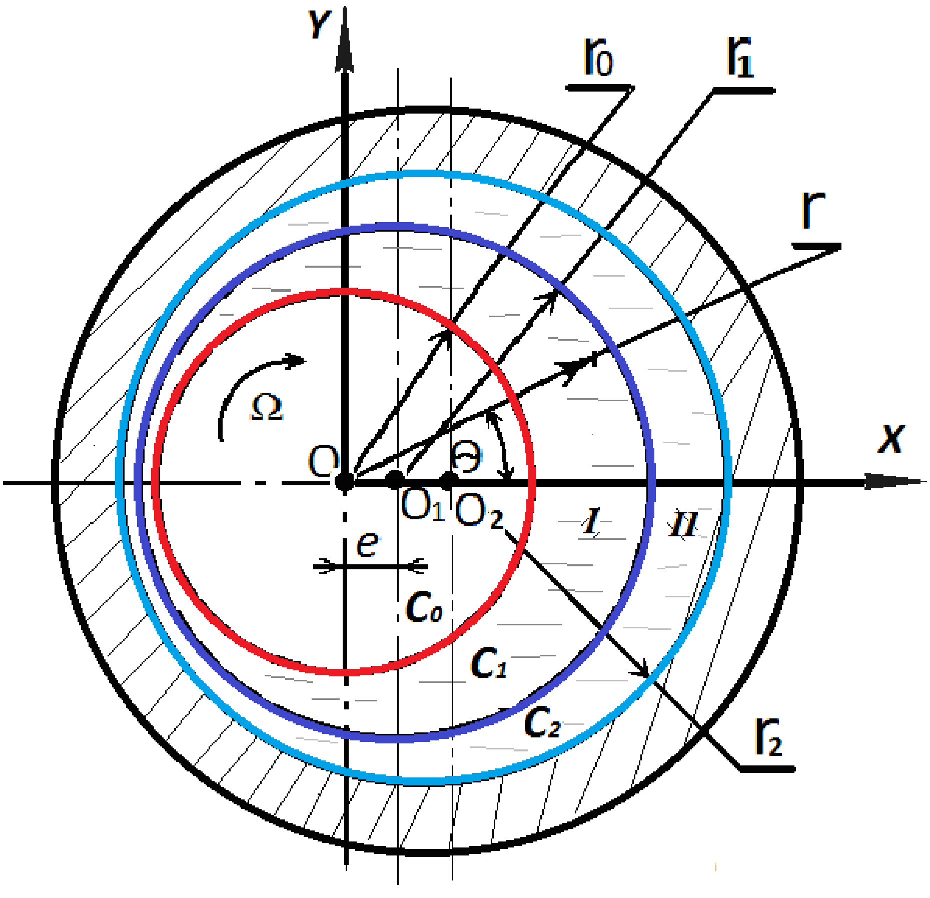

Рис. 1. Схема радиального подшипника с двухслойной стратификацией жидкого смазочного материала

Зависимость вязкости от давления выражается формулой

Исходные уравнения и граничные условия

Движение смазочных сред в стратифицированных слоях смазочного материала описывается уравнениями движения вязкой и вязкопластичной жидкой среды с использованием приближения типа «тонкого слоя» для безразмерных переменных. Кроме того, учитывается зависимость вязкости и предельного напряжения сдвига от давления:

$$\frac{\partial^2 \nu_1}{\partial r^2}=\frac{\Lambda_1}{e^{\tilde{\alpha} p}}\frac{dP_1}{d\theta},\quad \frac{\partial u_1}{\partial r}+\frac{\partial \nu_1}{\partial \theta}=0,\quad \frac{\partial^2 \upsilon_2}{\partial r^2}=\frac{\Lambda_2}{e^{-\tilde{\alpha} p}}\frac{dp}{d\theta}+A,\quad \frac{\partial u_2}{\partial r}+\frac{\partial \upsilon_2}{\partial \theta}=0. \tag{3}$$

Здесь размерные величины $r',\ \upsilon_i',\ u_i',\ p',\ \mu_i',\ \tau'$ выражаются через безразмерные $r,\ \upsilon_i,\ u_i,\ p,\ \mu_i,\ \tau$ с помощью следующих соотношений

$$r'=r_0+\delta r,\ \ u_i'=\Omega\delta u_i,\ \ \upsilon_i'=\Omega r_0\upsilon_i,\ \ p'=p_g p,\ \ \mu_i'=\mu_{0i}\mu_i,\ \ \tau'=\tau_0\tau, \tag{4}$$

где u_i', υ_i' – компоненты вектора скорости смазочной среды; p' – гидродинамическое давление; μ_{0i} – характерные вязкости смазочных сред; τ' – предельное напряжение сдвига;

$$\Lambda_i=\frac{p_g\delta^2}{r_0^2\mu_{0i}\Omega},\quad A=\frac{2\tau_0\delta}{\mu_2\Omega r_0},\quad \tilde{\alpha}=\widetilde{\alpha^*}p_g$$ – экспериментальная постоянная.

Решение системы дифференциальных уравнений (3) ищем для соответствующих граничных условий:

$$u_1=0,\ \ \upsilon_1=1 \text{ при } r=0,\ \ p(0)=p(2\pi)=1;$$

$$u_1=u_2;\ \upsilon_1=\upsilon_2,\ \ \frac{\partial \upsilon_1}{\partial r}=\frac{\mu_{02}}{\mu_{01}}\frac{\partial \upsilon_2}{\partial r},\ \ \frac{u_i}{\upsilon_i}=\alpha h'(\theta) \text{ при } r=\alpha h;$$

$$u_2=0,\ \upsilon_2=0 \text{ при } r=h(\theta),\ \ h(\theta)=1+\eta\cos\theta,\ \alpha\in[0,1]. \tag{5}$$

Точное автомодельное решение

Формирование точного автомодельного решения системы уравнений (3), удовлетворяющего граничным условиям (5), проводим с использованием функции тока, полагая, что поле скоростей и давлений в смазочных слоях является потенциальным:

$$u_1=-\frac{\partial\psi_1}{\partial\theta}+U_1(r,\theta),\ \ \upsilon_1=-\frac{\partial\psi_1}{\partial r}+V_1(r,\theta),\ u_2=-\frac{\partial\psi_2}{\partial\theta}+U_2(r,\theta),\ \ \upsilon_2=-\frac{\partial\psi_2}{\partial r}+V_2(r,\theta),$$

$$\psi_1=\widetilde{\psi_1}(\xi),\ \ \psi_2=\widetilde{\psi_2}(\xi),\ \ U_1=\tilde{u}(\xi)\eta\sin\theta,\ V_1=\tilde{\upsilon}(\xi),\ \ V_2=\tilde{\tilde{\upsilon}}(\xi),\ \ U_2=\tilde{\tilde{u}}(\xi)\eta\sin\theta$$

$$\frac{\Lambda_1}{e^{\alpha\tilde{p}}}\frac{dp}{d\theta}=\frac{\tilde{c}_1}{h^2(\theta)}+\frac{\tilde{c}_2}{h^3(\theta)},\quad \frac{\Lambda_2}{e^{\tilde{\alpha}p}}\frac{dp}{d\theta}-A=\frac{\tilde{\tilde{c}}_1}{h^2(\theta)}+\frac{\tilde{\tilde{c}}_2}{h^3(\theta)}. \qquad (6)$$

Подставляя (6) в (3) и (5), будем иметь

$$\tilde{\psi}'''=\tilde{c}_2,\ \ \tilde{\tilde{\psi}}'''=\tilde{\tilde{c}}_2,\ \ \tilde{u}'+\xi\tilde{v}'=0,\ \ \tilde{v}''=\tilde{c}_1,\ \ \tilde{\tilde{v}}''=\tilde{\tilde{c}}_1,\ \ \tilde{\tilde{u}}'+\xi\tilde{\tilde{v}}'=0, \qquad (7)$$

$$\tilde{u}(0)=0,\ \ \tilde{v}(0)=1,\ \ \tilde{\psi}'(0)=0,\ \ \tilde{\tilde{u}}(1)=0,\ \ \tilde{\tilde{v}}(1)=0,\ \ \tilde{\tilde{\psi}}'(1)=0,$$

$$\tilde{P}(0)=\tilde{P}(2\pi)=\tilde{P}_g,\ \ \tilde{\tilde{P}}(0)=\tilde{\tilde{P}}(2\pi)=\tilde{\tilde{P}}_g,\ \ \int_0^{\alpha}\tilde{v}d\xi+\int_{\alpha}^{1}\tilde{\tilde{v}}d\xi=0. \qquad (8)$$

Граничные условия (8) соответствуют следующим физическим условиям: прилипание смазки к металлической поверхности подшипника; периодичность гидродинамического давления, возникающего в каждом смазочном слое, и несжимаемость смазочных сред.

Граничные условия на границе раздела смазочных сред принимаем как равенство скоростей, касательных и нормальных напряжений:

$$\tilde{\psi}'(\alpha)=\tilde{\tilde{v}}(\alpha)=\tilde{\tilde{v}}(\alpha),\ \ \tilde{\psi}''(\alpha)=\frac{\mu_2}{\mu_1}\tilde{\tilde{\psi}}''(\alpha)+\frac{\tau_0\delta}{\mu_1\Omega r_0},\ \ \tilde{v}'(\alpha)=\frac{\mu_2}{\mu_1}\tilde{\tilde{v}}'(\alpha). \qquad (9)$$

Следовательно, к граничным условиям (8) добавляются и условия (9). Интегрируя систему (7), получим:

$$\tilde{\psi}'(\xi)=\tilde{c}_2\frac{\xi^2}{2}+c_2\xi+c_3,\qquad \tilde{\upsilon}=\tilde{c}_1\frac{\xi^2}{2}+c_6\xi+c_7,$$

$$\tilde{\tilde{\psi}}'(\xi)=\tilde{\tilde{c}}_2\frac{\xi^2}{2}+c_4\xi+c_5,\quad \tilde{\tilde{\upsilon}}=\tilde{\tilde{c}}_1\frac{\xi^2}{2}+c_8\xi+c_9, \qquad (10)$$

$$\tilde{u}=-\tilde{c}_1\frac{\xi^3}{3}-c_6\frac{\xi^2}{2}+c_{10},\quad \tilde{\tilde{u}}=-\tilde{\tilde{c}}_1\frac{\xi^3}{3}-c_8\frac{\xi^2}{2}+c_{11},\quad I_k=\int_0^{\theta}\frac{d\theta}{(1+\eta\cos\theta)^k},$$

$$\Lambda_1 e^{\tilde{\alpha}p}=\Lambda_1 e^{\tilde{\alpha}}-\tilde{\alpha}[J_2(\theta)\tilde{c}_1+J_3(\theta)\tilde{c}_2],\ \ \Lambda_2 e^{\tilde{\alpha}p}=\Lambda_2 e^{\tilde{\alpha}}-\tilde{\alpha}[J_2(\theta)\tilde{\tilde{c}}_1+J_3(\theta)\tilde{\tilde{c}}_2].$$

Используя граничные условия (8) и (9), получим следующую алгебраическую систему уравнений для определения постоянных $c_i(i=2,3,...,11),\ \tilde{c}_1,\tilde{c}_2,\tilde{\tilde{c}}_1,\tilde{\tilde{c}}_2$

$$c_3=0;\ \ c_7=1;\ \ c_{10}=0;\ \ \frac{\tilde{\tilde{c}}_2}{2}+c_4+c_5=0,\ \ \frac{\tilde{\tilde{c}}_1}{2}+c_8+c_9=0;$$

$$-\frac{\overset{\approx}{c}_1}{3}-\frac{c_8}{2}+c_{11}=0;\quad \frac{\tilde{c}_1\alpha^3}{6}+\frac{c_6\alpha^2}{2}+c_7\alpha-\frac{\overset{\approx}{c}_1\alpha^3}{6}-\frac{c_8\alpha^2}{2}-c_9\alpha+\frac{\overset{\approx}{c}_1}{6}+\frac{c_8}{2}+c_9=0;$$

$$\overset{\approx}{c}_1+\overset{\approx}{c}_2=A;\quad \tilde{c}_1=-\tilde{c}_2;\quad \tilde{c}_2=\frac{\mu_2}{\mu_1}\left(2\overset{\approx}{c}_1+3\overset{\approx}{c}_2\right);\quad \frac{\tilde{c}_2\alpha^2}{2}+c_2\alpha+c_3=\frac{\overset{\approx}{c}_2\alpha^2}{2}+c_4\alpha+c_5;$$

$$\frac{\tilde{c}_1\alpha^2}{2}+c_6\alpha+c_7=\frac{\overset{\approx}{c}_1\alpha^2}{2}+c_8\alpha+c_9;\quad \tilde{c}_2\alpha+c_2=\frac{\mu_2}{\mu_1}\left[\overset{\approx}{c}_2\alpha+c_4\right]-\frac{\tau_0\delta}{\mu_1\omega r_0};$$

$$\tilde{c}_1\alpha+c_6=\frac{\mu_2}{\mu_1}\left[\overset{\approx}{c}_1\alpha+c_8\right]-\frac{\tau_0\delta}{\mu_1\omega r_0}. \qquad (11)$$

Представление системы в матричной форме позволяет упростить алгоритм нахождения постоянных $\overset{\approx}{c}_1, c_4, c_5, c_8, c_9, c_2, c_6, \overset{\approx}{c}_2, \tilde{c}_2, \tilde{c}_1$

$$M\cdot\vec{x}=\vec{b}, \qquad (12)$$

где $\vec{x}=\left[\overset{\approx}{c}_1, c_4, c_5, c_8, c_9, c_2, c_6, \overset{\approx}{c}_2, \tilde{c}_2, \tilde{c}_1\right]$,

$$M=\begin{bmatrix}
0 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & -6 & 0 & 0 \\
\frac{1}{6}-\frac{1}{6}\alpha^3-\frac{1}{3}k\alpha^3 & -\frac{1}{2}k\alpha^3 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\frac{1}{2}\alpha^2 & 1-\alpha & 0 & 0 & \frac{1}{2}\alpha^2 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
k\alpha^2 & \frac{1}{2}\alpha^2(3k-1) & -\alpha & -1 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 0 \\
\frac{1}{2}\alpha^2(2k+1) & \frac{3}{2}k\alpha^2 & 0 & 0 & \alpha & 1 & 0 & 0 & -\alpha \\
2k\alpha & 2k\alpha & -k & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
3k\alpha & 3k\alpha 0 & 0 & 0 & k & 0 & 0 & 0 & -1
\end{bmatrix},$$

$$\vec{b}=\left[0,0,0,-\alpha,-A,0,1,-\frac{1}{2}kA,0\right].$$

После использования метода обратной матрицы, получим следующие значения для $\overset{\approx}{c}_1, c_4, c_5, c_8, c_9, c_2, c_6, \overset{\approx}{c}_2, \tilde{c}_2, \tilde{c}_1$:

$$\overset{\approx}{c}_1=-3\frac{\alpha^4k^2A-\alpha^4kA-2\alpha^3kA+3\alpha^2kA-2\alpha^2k+2\alpha^2-2}{-4\alpha+6\alpha^2-4\alpha^3k-6\alpha^2k-4\alpha^3+\alpha^4+1+4\alpha k+\alpha^4k^2-2\alpha^4k},$$

$$c_4=-\frac{1}{2}\Big(A\left(4k^3\alpha^6-k^3\alpha^5-7k^2\alpha^6+k^2\alpha^4\right)-6k^2\alpha^4+kA\left(10k\alpha^3-4k\alpha^2+2\alpha^6+5\alpha^5-6\alpha^4\right)+$$
$$+k\left(12\alpha^4-16\alpha^3A+20\alpha^2A-12\alpha^2-5\alpha A\right)+A\left(\alpha^6-\alpha^5+5\alpha^4-5\alpha^2+4\alpha-1\right)-6\alpha^4+12\alpha^2-6\Big)/$$
$$/\Big(\left(-4\alpha+6\alpha^2+4\alpha^3k-6\alpha^2k-4\alpha^3+\alpha^4+1+4\alpha k+\alpha^4k^2-2\alpha^4k\right)\left(\alpha k-\alpha+1\right)\Big),$$

$$c_5=\frac{1}{2}\alpha\Big(A(15k\alpha^2-19k\alpha^3-3k\alpha+5\alpha)-6k\alpha+12\alpha^2-12\alpha^2k-6\alpha^3-$$
$$-\alpha^4A-6\alpha^3k^2+6\alpha^2k^2+\alpha^5A-6+6\alpha^2-A+6k+6\alpha-A\big(10\alpha^2+$$
$$+10\alpha^3-7\alpha^5k^2+3\alpha^4k^2+5\alpha^4k+9\alpha^3k^2+\alpha^5k+4\alpha^5k^3-$$
$$-3\alpha^4k^3-5\alpha^2k^2\big)\Big)/\big(5\alpha^4+3\alpha^5k-3\alpha^5k^2-14\alpha^2k+1+10\alpha^2-5\alpha-$$
$$-\alpha^5-6\alpha^3k^2+16\alpha^3k+5\alpha k+4\alpha^2k^2-10\alpha^4k+5\alpha^4k^2+\alpha^5k^3-10\alpha^3\big),$$

$$c_8=\frac{3\alpha^5k^2A-3\alpha^5kA-4\alpha^3k-3\alpha^3kA+6\alpha^2kA+4\alpha^3-4}{-4\alpha+6\alpha^2-4\alpha^3k-6\alpha^2k-4\alpha^3+\alpha^4+1+4\alpha k+\alpha^4k^2-2\alpha^4k},$$

$$c_9=-\frac{1}{2}\left(\frac{A(6\alpha^5k^2-3\alpha^4k^2-6\alpha^5k+3\alpha^4k+3\alpha^2k)-8\alpha^3k+6\alpha^2k+8\alpha^3-6\alpha^2-2}{-4\alpha+6\alpha^2-4\alpha^3k-6\alpha^2k-4\alpha^3+\alpha^4+1+4\alpha k+\alpha^4k^2-2\alpha^4k}\right),$$

$$c_2=-\frac{1}{2}k\Big(A\big(5k^2\alpha^6-23k^2\alpha^5+30k^2\alpha^4-12\alpha^3k^2-10\alpha^6k+48\alpha^5k-$$
$$-80\alpha^4k+56\alpha^3k-14\alpha^2k+5\alpha^6-25\alpha^5+50\alpha^4-50\alpha^3+25\alpha^2-5\alpha\big)- \qquad (13)$$
$$-6k^2\alpha^4+12\alpha^2+12\alpha^4k-12\alpha^2k-6\alpha^4-6\Big)/\Big(\big(-4\alpha+6\alpha^2+4\alpha^3k-$$
$$-6\alpha^2k-4\alpha^3+\alpha^4+1+4\alpha k+\alpha^4k^2-2\alpha^4k\big)\left(\alpha k-\alpha+1\right)\Big),$$

$$c_6=k\left(\frac{A(-6\alpha^2k+15\alpha^3k-3\alpha+12\alpha^4-3\alpha^5+12\alpha^2-18\alpha^3-12\alpha^4k+3\alpha^5k)-4\alpha^3k+4\alpha^3-4}{-4\alpha+6\alpha^2-4\alpha^3k-6\alpha^2k-4\alpha^3+\alpha^4+1+4\alpha k+\alpha^4k^2-2\alpha^4k}\right),$$

$$\approx{c}_2=\frac{A\left(2\alpha^4k^2+\alpha^4k-10\alpha^3k+15\alpha^2k-4\alpha k-\alpha^4+4\alpha^3-6\alpha^2+4\alpha-1\right)-6\alpha^2k+6\alpha^2-6}{-4\alpha+6\alpha^2-4\alpha^3k-6\alpha^2k-4\alpha^3+\alpha^4+1+4\alpha k+\alpha^4k^2-2\alpha^4k},$$

$$\widetilde{c_2}=k\left(-6\left(\frac{A(2\alpha^4k^2+\alpha^4k-2\alpha^3k+3\alpha^2k)-2\alpha^2k-2\alpha^2-2}{-4\alpha+6\alpha^2-4\alpha^3k-6\alpha^2k-4\alpha^3+\alpha^4+1+4\alpha k+\alpha^4k^2-2\alpha^4k}\right)+\right.$$
$$\left.+3\left(\frac{A(2\alpha^4k^2+\alpha^4k-10\alpha^3k+15\alpha^2k-4\alpha k-\alpha^4+4\alpha^3-6\alpha^2+4\alpha-1)-6\alpha^2k+6\alpha^2-6}{-4\alpha+6\alpha^2-4\alpha^3k-6\alpha^2k-4\alpha^3+\alpha^4+1+4\alpha k+\alpha^4k^2-2\alpha^4k}\right)\right).$$

Определение основных рабочих характеристик подшипника

В принятом нами приближении для гидродинамического давления и R_y получим следующие выражения:

$$p = 1 + \frac{1}{\Lambda_1}\left[\tilde{c}_1 J_2(\theta) + \tilde{c}_2 J_3(\theta)\right]\left(1 + \frac{\tilde{\alpha}}{2}\right),$$

$$R'_y = -\frac{p_g r_0}{2}\frac{\tilde{c}_1}{\Lambda_1}\left(1 + \frac{\tilde{\alpha}}{2}\right), \quad L_{\text{тр}} = r_0 \mu_{01} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\tilde{\psi}''(0)}{h^2} + \frac{\tilde{\upsilon}'(0)}{h}\right) e^{-\tilde{\alpha} p} d\theta. \qquad (14)$$

Численный анализ полученных аналитических выражений позволил представить их графическую интерпретацию на рис. 2.

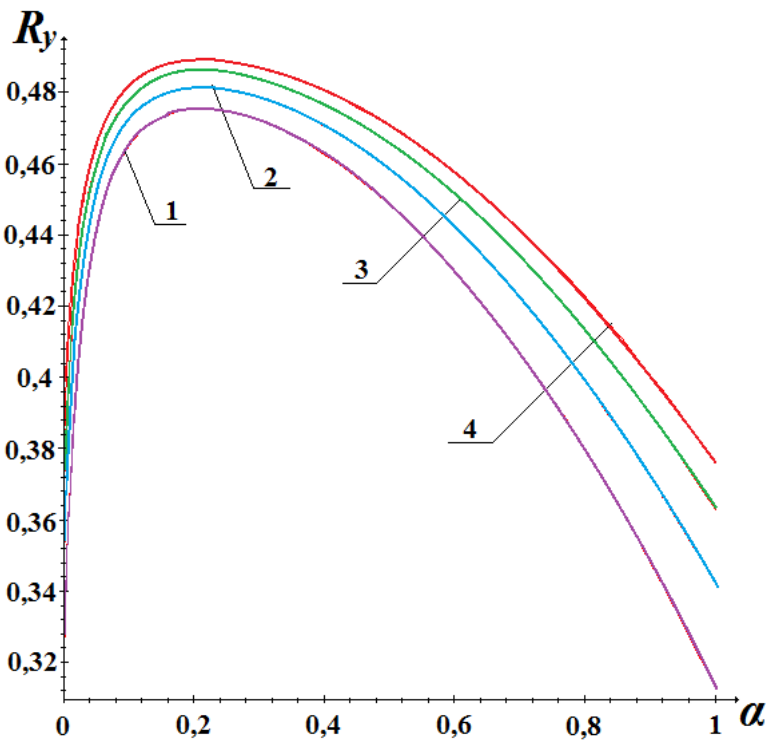

Рис. 2. Зависимость компоненты R'_y безразмерной несущей способности от параметра контура адаптированного профиля α:

1 – $A = 0{,}1$; *2* – $A = 0{,}3$; *3* – $A = 0{,}5$; *4* – $A = 0{,}9$

Полученные результаты анализа расчетной модели подшипника для его базовых эксплуатационных характеристик позволяют сделать следующие выводы:

- аналогично задачам, рассмотренным раннее, при значении параметра контура адаптированного профиля равном $\alpha \approx 0,2$ наблюдается максимум несущей способности в диапазоне исследованных значений параметра пластичности A.

- при увеличении значения параметра пластичности A несущая способность подшипника с двойным смазочным слоем возрастает.

Литература

1. Ахвердиев, К.С. Гидродинамический расчёт подшипников скольжения с использованием моделей слоистого течения вязкой и вязкопластичной смазки // Трение и износ, 1998. Т. 16, № 6. С. 698–707.

2. Ахвердиев, К.С. Математическая модель стратифицированного течения смазки в зазоре радиального мегаллополимерного подшипника скольжения // Проблемы машиностроения и надежности машин. РАН. М.: Наука, 1999, № 3. С. 93–101.

3. Семенко, И.С. Гидродинамический расчет упорного подшипника на вязкоупругой смазке при наличии пористого слоя на одной из сопряженных поверхностей // Тр. ВНПК «Транспорт-2009». Ростов н/Д: РГУПС, 2009. Ч. 2. – С. 271–272.

4. Прокопьев, В.Н. Динамика ротора на подшипниках с двумя и тремя смазочными слоями // Труды международного научного симпозиума «Гидродинамическая теория смазки – 120 лет». Орел. 2006. С. 436–446.

5. Gear, Charles William, and C. William Gear. *Numerical initial value problems in ordinary differential equations*. Vol. 59. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1971. 253 p.

6. Reynolds, O. (1886). On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. *Proceedings of the Royal Society of London*, *40*(242-245), Pp.191-203.

7. Александрова, Е.Е. Стратифицированное течение трехслойной смазки в зазоре упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами // Труды РГУПС, 2011. № 1 (15). С. 14–21.

8. Ахвердиев, К.С. Разработка расчетной модели с учетом зависимости вязкости и проницаемости пористого слоя от давления трехслойной смазки упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2014, №3. С.10-16.

9. Эркенов, А.Ч. Расчетная модель двухслойного пористого подшипника конечной длины с учетом анизотропии пористых слоев и нелинейных факторов // Вестник ДГТУ, 2014. Т.14 , № 1(76). С. 191-199.

10. Ахвердиев, К.С. Расчетная модель с учетом зависимости вязкости от давления двухслойной гидродинамической смазки радиального подшипника с круговой опорной поверхностью // Изв. выс. учеб. зав. Сев. - Кав. регион. 2014, № 1. С. 71-74.

11. Мукутадзе, М.А. Расчетная модель с учетом зависимости вязкости и проницаемости пористого слоя от давления трехслойной гидродинамической смазки радиального подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойства // Инженерный вестник Дона, 2014, № 2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2014/2324.

12. Мукутадзе, М.А. Расчетная модель гидродинамической смазки неоднородного пористого подшипника конечной длины, работающего в устойчивом нестационарном режиме трения при наличии принудительной подачи смазки //Инженерный вестник Дона, 2013, №3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1765.

13. Ахвердиев, К.С. Разработка расчетной модели с учетом зависимости вязкости от давления двухслойной гидродинамической смазки упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами // Тр. VII Всерос. конф. по механике деформируемого твердого тела. Ростов н/Д: ЮФУ. НИИМиПМ им. И.И. Воровича, ЮНЦ РАН, 2013. Т. 1. С. 32–35.

14. Ахвердиев, К.С. Расчетная модель с учетом зависимости вязкости и проницаемости от давления двухслойной смазки радиального подшипника, обладающего повышенной несущей способностью // III Международная научно-практическая конференции Наука в современном информационном обществе: Noth Charleston, USA. 2014 г. С. 92 – 98.

15. Ахвердиев, К.С. Математическая модель двухслойной гидродинамической смазки упорного подшипника // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете: Тез. докл. VIII Всерос. шк. - сем. 27–31 мая 2013, пос. Дивноморск. Ростов н/Д, 2013. С. 13.

References

1 Ahverdiev, K.S. Trenie i iznos. 1998. V. 16, № 6. pp. 698–707.

2 Aversive, K.S. Problemy mashinostroenija i nadezhnosti mashin. RAN. M.: Nauka, 1999. № 3. pp. 93–101.

3. Semenko, I.S. Tr. VNPK «Transport-2009». Rostov n/D : RGUPS, 2009. P. 2. pp. 271–272.

4. Prokop'ev, V.N. Trudy mezhdunarodnogo nauchnogo simpoziuma «Gidrodinamicheskaja teorija smazki – 120 let». Orel. 2006. pp. 436–446.

5. Gear, Charles William, and C. William Gear. *Numerical initial value problems in ordinary differential equations*. Vol. 59. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1971. 253 p.

6. Reynolds, O. (1886). On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination

of the Viscosity of Olive Oil. *Proceedings of the Royal Society of London*, *40* (242-245), pp.191-203.

7. Aleksandrova, E.E. Trudy RGUPS. 2011. № 1 (15). pp. 14–21.

8 Ahverdiev, K.S. Trenie i smazka v mashinah i mehanizmah. 2014. №3. pp.10-16.

9 Jerkenov, A.Ch. Vestnik DGTU. 2014. V.14. № 1(76). pp. 191-199.

10 Ahverdiev, K.S. Izv. vys. ucheb. zav. Sev.-Kav. region. 2014. № 1. pp. 71-74.

11 Mukutadze, M.A. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2014, №2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2014/2324.

12 Mukutadze, M.A. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2013, № 3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1765.

13 Ahverdiev, K.S. Tr. VII Vseros. konf. po mehanike deformiruemogo tverdogo tela – Rostov n/D : JuFU. NIIMiPM im. I.I. Vorovicha, JuNC RAN, 2013. V. 1. pp. 32–35.

14 Ahverdiev, K.S. III Mezhdunarodnaja nauchno-prakticheskaja konferencii Nauka v sovremennom informacionnom obshhestve: Noth Charleston, USA. 2014. pp. 92 – 98.

15 Ahverdiev, K.S. Matematicheskoe modelirovanie i biomehanika v sovremennom universitete : Tez. dokl. VIII Vseros. shk.-sem. 27–31 maja 2013, pos. Divnomorsk. Rostov n/D, 2013. pp. 13.