

## Особенности построения математической модели уплотнения просадочных грунтов глубинными взрывами

*Е.О. Тарасенко, А.В. Гладков*

*Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь*

**Аннотация:** Метод уплотнения просадочных грунтов глубинными взрывами широко используется на объектах гражданского строительства зданий и сооружений. Для него характерна высокая эффективность уплотнения грунтов и низкие финансовые затраты на производство работ. Это подчёркивает несомненное преимущество метода по сравнению с другими аналогами. В настоящей работе изложены некоторые особенности построения математической модели уплотнения просадочных грунтов глубинными взрывами. Приведены условия существования и единственности решения краевых задач в рамках исследуемой модели.

**Ключевые слова:** просадочный грунт, лёсс, глубинный взрыв, сосредоточенный заряд, удлинённый заряд, уплотнение грунта, математическая модель, уравнение диффузии, краевая задача, разрешимость модели.

Производство работ по уплотнению просадочных грунтов на объектах гражданского строительства реализуется на основе рекомендаций по проведению соответствующих этапов согласно действующим строительным нормам и правилам [1, 2].

Рассмотрим особенности построения математической модели глубинного взрыва при уплотнении просадочных грунтов. В работах [1, 3, 4] математическое обоснование исследуемого процесса не представлено. Пусть  $q(t, x_1, x_2, x_3)$  – плотность уплотнённого грунта в момент  $t$ ,  $t \in [t_0, T]$ ,  $t_0 \geq 0$ ,  $t_0 < T$ ,  $T = \text{const} > 0$ , непрерывно дифференцируема по  $t$ ; координаты  $(x_1, x_2, x_3) \in E_+^3$  зависят от  $t$  и непрерывно дифференцируемы по этой переменной,  $E_+^3 = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1, x_2, x_3 \in (-\infty, \infty)\}$ . Если среда в  $E_+^3$  инертна, то имеем [5, 6]:

$$\frac{dq}{dt} = 0. \quad (1)$$

При проведении глубинного взрыва в  $E_+^3$  присутствует заряд взрывчатого вещества (функция  $f$ ), среда не инертна, тогда соотношение (1) перепишем:

$$\frac{dq}{dt} + \alpha \cdot q = f. \quad (2)$$

где  $\alpha$  – параметр взаимодействия газа, появившегося в результате взрыва, и просадочного грунта с течением времени  $t \in [t_0, T]$  из  $E_+^3$ .

Далее найдём полную производную в (2), получим:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial q}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dt} + \frac{\partial q}{\partial x_3} \cdot \frac{dx_3}{dt} + \alpha \cdot q = f. \quad (3)$$

Горизонтальное распространение газа в уплотняемом грунте представим, как:

$$\vec{u}(t) = \left( \frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \frac{dx_3}{dt} \right)$$

Или:

$$u_i = u_i(t, x_1, x_2, x_3), \quad i = 1, 2, 3.$$

Исходя из вышеизложенного, перепишем (3):

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x_1} \cdot u_1 + \frac{\partial q}{\partial x_2} \cdot u_2 + \frac{\partial q}{\partial x_3} \cdot u_3 + \alpha \cdot q = f. \quad (4)$$

Учтём уравнение неразрывности [6], тогда будем иметь:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \quad (5)$$

Сложим (5), умноженное на  $q$ , с (4), приходим к уравнению:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial(u_1 q)}{\partial x_1} + \frac{\partial(u_2 q)}{\partial x_2} + \frac{\partial(u_3 q)}{\partial x_3} + \alpha \cdot q = f. \quad (6)$$

Дифференциальное уравнение (6) описывает распространение газа, образованного в результате взрыва, в окружающий его просадочный грунт. Переменные  $q$  и  $u$  содержат осреднённые и случайные (флуктуационные) составляющие. Математические ожидания этих величин всегда равны нулю и

состоят из неслучайных функций  $K_{ij} = K_{ij}(t, x_1, x_2, x_3)$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  – параметры диффузии.

Тогда переходим от (6) к уравнению:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial(u_i q)}{\partial x_i} + \alpha q = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} K_{ij} \frac{\partial q}{\partial x_j} + f. \quad (7)$$

Дифференциальное уравнение (7) применяется для математического моделирования глубинного взрыва при уплотнении просадочных грунтов [7, 8].

Если заряд взрывчатого вещества является сосредоточенным, то плотность грунта  $q(t, x_1, x_2, x_3)$  вычисляется в точках  $(x_1, x_2, x_3) \in E_+^3$  в моменты времени  $t$  [8, 9].

Если заряд взрывчатого вещества является линейным, удлинённым, то плотность грунта вычисляется интегрированием  $q(t, x_1, x_2, x_3)$  по области распространения заряда [8, 10].

Пусть теперь в рамках исследуемой математической модели уплотнения просадочного грунта заданы начальные:

$$q(t_0, x_1, x_2, x_3) = Q \cdot \delta(x_1 - x_1^0) \delta(x_2 - x_2^0) \delta(x_3 - x_3^0), \quad t \in [t_0, T] \quad (8)$$

и граничные условия:

$$K_{33} \frac{\partial q}{\partial x_3} \Big|_{x_3=x_3^0} = 0, \quad t > t_0, \quad (9)$$

$$q(t, x_1, x_2, x_3) \Big|_{x_3=x_3^0} = 0, \quad t > t_0. \quad (10)$$

Задача (7) – (9) описывает случай уплотнения грунта с выбросом на поверхность. Задача (7), (8) и (10) математизирует случай глубинного уплотнения просадочного грунта без выброса.

Ниже опишем условия, гарантирующие существование и единственность решения этих задач.

*Теорема.* Пусть  $q(t, x_1, x_2, x_3)$  непрерывно дифференцируема по  $t \in [t_0, T]$  и дважды по  $x_1, x_2, x_3$  в  $E_+^3$ , где  $E_+^3 = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1, x_2, x_3 \in (-\infty, \infty)\}$ ;  $u_i, i = 1, 2, 3$  непрерывно дифференцируемы по  $x_i$  в  $E_+^3$ ;  $K_{ij}$  имеют вид:

$$K_{ij} = \begin{cases} K_{ij} \neq 0, & i = j, \\ K_{ij} = 0, & i \neq j \end{cases} \quad i, j = 1, 2, 3$$

и дважды непрерывно дифференцируемы при  $x_3 > 0$ ;  $\alpha, Q, \beta$  являются постоянными величинами в  $E_+^3$ . Тогда решения начально-граничных задач (7) – (9); (7), (8) и (10) существуют и единственны.

Сформулированная теорема позволяют говорить о разрешимости исследуемой математической модели уплотнения просадочного грунта глубинными взрывами и указывает на существование и единственность решения модели.

Исследования, представленные в статье, подробно описывают особенности построения математической модели (краевая задача) уплотнения просадочных грунтов глубинными взрывами. В рамках исследуемой модели приведены условия существования и единственности решения краевых задач.

### Литература

1. Галай Б.Ф. Уплотнение просадочных грунтов глубинными взрывами. – Ставрополь: Сервисшкола; СКФУ, 2015. 240 с.
2. Amšiejus J., Dirgėlienė N. The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering, 2007, V. 2, №. 3. pp. 125–131.
3. Hall C.E. Compacting a dam foundation by blasting // Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, 1962, V. 88, № SM3. P. 31–51.
4. Гиря Л.В., Белаш В.В., Хоренков С.В., Петров К.С. Контроль качества производства работ по закреплению грунтов основания с использованием

метода георадиолокационного подповерхностного зондирования // Инженерный вестник Дона, 2013, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2056

5. Востриков Н.Г., Антошкина Е.В., Максимов Д.В. Геоэкологические последствия просадочно-суффозионных процессов // Инженерный вестник Дона, 2012, №4 (часть 2). URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1414

6. Тарасенко Е.О., Гладков А.В., Маликова Н.В. Разрешимость краевых задач, описывающих диффузию атомов пленки в подстилающей поверхности при образовании тонкопленочных структур // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов, 2016, Т. 327, № 2. С. 125–132. URL: izvestiya.tpu.ru/archive/article/view/1715

7. Тарасенко Е.О., Шапошников А.В., Гладков А.В., Тарасенко В.С. Математическое моделирование многомерной оптимизации производства тонкопленочных структур методом свёртки критериев // Инженерный вестник Дона, 2019, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2019/5927

8. Тарасенко Е.О., Тарасенко В.С., Гладков А.В. Математическое моделирование уплотнения просадочных лёссовых грунтов Северного Кавказа глубинными взрывами // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов, 2019, Т. 330, № 11. С. 94–101. URL: izvestiya.tpu.ru/archive/article/view/2352

9. Dembicki E., Kisielowa N., Bona R., Imiolek R., Michowski A., Semrau I. 9th International Harbour Congress, Antwerp, 1988. pp. 5.165–5.170.

10. Dembicki E., Kisielowa N., Nowakowski N., Nowakowski Z. Dynamic. International Conference on Compaction, Paris, 1980, V. 1. pp. 295–299.

### References

1. Galay B. F Uplotnenie prosadochnyh gruntov glubinnymi vzryvami [Compaction of subsidence soils by deep explosions]. Stavropol, Service School,

---

NCFU, 2015. 240 p.

2. Amšiejus J., Dirgėlienė N. The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering, 2007, V. 2, №. 3. pp. 125–131.

3. Hall C.E. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, 1962, V. 88, № SM3. pp. 31–51.

4. Girya L.V., Belash V.V., Horenkov S.V., Petrov K.S. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2056](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2056)

5. Vostrikov N.G., Antoshkina E.V., Maksimov D.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2012, № 4(2). URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1414](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1414)

6. Tarasenko E. O., Gladkov A.V., Malikova N. V. Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta. Inzhiniring georesursov, 2016, vol 327, № 11. pp. 125–132. URL: [izvestiya.tpu.ru/archive/article/view/1715](http://izvestiya.tpu.ru/archive/article/view/1715)

7. Tarasenko E.O., SHaposhnikov A.V., Gladkov A.V., Tarasenko V.S. Inzhenernyj vestnik Dona, 2019, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2019/5927](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2019/5927)

8. Tarasenko E. O., Tarasenko V. S., Gladkov A.V. Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta. Inzhiniring georesursov, 2019, vol. 330, no. 11. pp. 94–101. URL: [izvestiya.tpu.ru/archive/article/view/2352](http://izvestiya.tpu.ru/archive/article/view/2352)

9. Dembicki E., Kisielowa N., Bona R., Imiolek R., Michowski A., Semrau I. 9th International Harbour Congress, Antwerp, 1988. pp. 5.165–5.170.

10. Dembicki E, Kisielowa N., Nowakowski N., Nowakowski Z. International Conference on Compaction. Paris, 1980, V. 1. pp. 295–299.