

## Методика применения одномерных и двумерных элементов при математическом моделировании обделки тоннеля метрополитена

*О.С. Матюхова, А.В. Манько*

*Московский государственный строительный университет*

**Аннотация:** В связи с развитием расчетных комплексов метода конечных элементов порой возникает проблема выбора методов и методик проведения численного эксперимента с обделками перегонных тоннелей метрополитенов. Целью данной статьи является рассмотрение возможности применения одномерных и двумерных элементов при моделировании обделки тоннеля метрополитена и необходимости применения контактных элементов при моделировании обделки. Для выполнения поставленной задачи созданы две расчетные схемы с обделкой, смоделированной одномерными элементами и двумерными элементами, которые созданы на примере существующего перегонного тоннеля московского метрополитена.

**Ключевые слова:** метод конечных элементов, одномерные элементы, двумерные элементы, контактный элемент, контактные задачи, тоннель, метро, математическое моделирование, напряженно-деформированное состояние.

В городе Москве в последнее десятилетие идет масштабное строительство транспортных коммуникаций, в том числе, строительство новых и реконструкция существующих линий метрополитена [1,2]. В связи с этим возникает проблема математического моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) массива и конструкций метрополитена, а именно проблема выбора типа элемента, которым будет моделироваться обделка тоннеля и её взаимодействие с окружающим массивом горных пород – система «массив – подземное сооружение» [3,4].

Целью данного исследования является разработка рекомендации по применению одномерных и двумерных элементов (1-го и 2-го порядков) при математическом моделировании обделок тоннелей метрополитенов с возможностью одновременного применения контактных элементов. В качестве примера (конструктивного и геологического) для дальнейших исследований принят реальный перегонный тоннель метрополитена города Москвы между станциями метрополитена «Ходынское поле» и «Хорошевская» [5].

---

Внутренний диаметр перегонных тоннелей во всех расчетах принят 5100 мм. Размеры железобетонных блоков и тубингов варьируется от 400 до 600 мм, класс бетона В35. Глубина также варьировалась для сбора статистической информации. В таб. 1 приведены физико-механические характеристики вмещающего грунтового массива, принятые в данном исследовании.

Таблица 1

Физико-механические свойства грунтов

№	Наименование грунта	Удельный вес грунта, $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Модуль деформации, E, МПа	Коэффициент Пуассона, $\nu$	Удельное сцепление, C, кПа	Угол внутреннего трения $\phi$ , град.
1	Песок средней крупности	20,2	33	0,42	1	30
2	Песок мелкий	18,0	23,5	0,42	2,6	33
3	Глина твердая	18,0	43	0,30	19	21
4	Известняк	20,0	100	0,30	22	33

Математическое моделирование проводилось Швейцарской программой ZSOIL, реализующей метод конечных элементов (МКЭ). Данная программа была создана ещё в 1985г. и к настоящему времени активно используется в России и в остальном мире при расчетах различных сооружений для решения геотехнических и геомеханических задач [6,7]. Независимо от используемых элементов (первого, второго или третьего порядка) в основе расчёта лежит дискретизация стержневой системы на элементы – стержни. Свойства элементов должны быть одинаковыми. Тогда решение задачи сводится к циклическому повторению стандартных для метода конечных элементов действий и обеспечит универсальность составленных программ [8].

Для данного численного эксперимента, для схематизации массива, используется упругопластическая модель с разрушением по критерию Мора-

Кулона (Mohr-Coulomb), а для бетонной обделки - упругая модель по закону Гука.

Размеры расчетной области выбирались такими, чтобы влияние кольца обделки на напряженно-деформированное состояние грунтового массива постепенно становилось равным нулю. Этого можно добиться только, задав следующие граничные условия: по горизонтали и вертикально вниз размеры области определялись расстоянием 20,4м от внешней грани обделки (4 радиуса тоннеля). Граничные условия были взяты из исследований Н.Н. Руденко, И.В. Бондарев, А.А. Семенова, А.А. Овчарова и других [9, 10].

Первая серия численных экспериментов заключалась в исследовании одномерных элементов без контактных элементов. Первоначально тоннель брался на глубине 21 м от дневной поверхности. Тоннель располагается в однородном слое №2 – в мелких песках. Условно этот эксперимент обозначался шифром «А1». Вторая серия численных экспериментов была на глубине 12 м в однородном слое №1 – песок средней крупности. Данная серия имеет шифр «В1». Глубина третьей серии 7 м от дневной поверхности и располагалась также в песках средней крупности (слой №1). Данная серия эксперимента имеет условный шифр «В1», а аналогичные серии численных экспериментов с контактными элементами – шифры «А2», «В2», «В2».

Контактный элемент, применяемый в методе конечных элементов, представляет собой касательное пространство и касательный вектор вдоль кривой, проходящей через произвольную точку. Совокупность таких касательных пространств во всех точках многообразия образует векторное многообразие. В простейшем случае гладкое многообразие вложено в линейное пространство согласно Теореме Уитни [11] и является отождествлением аффинного подпространства объемлющего линейного пространства и, следовательно, может служить разделителем двух дискретных анизотропных сред.

---

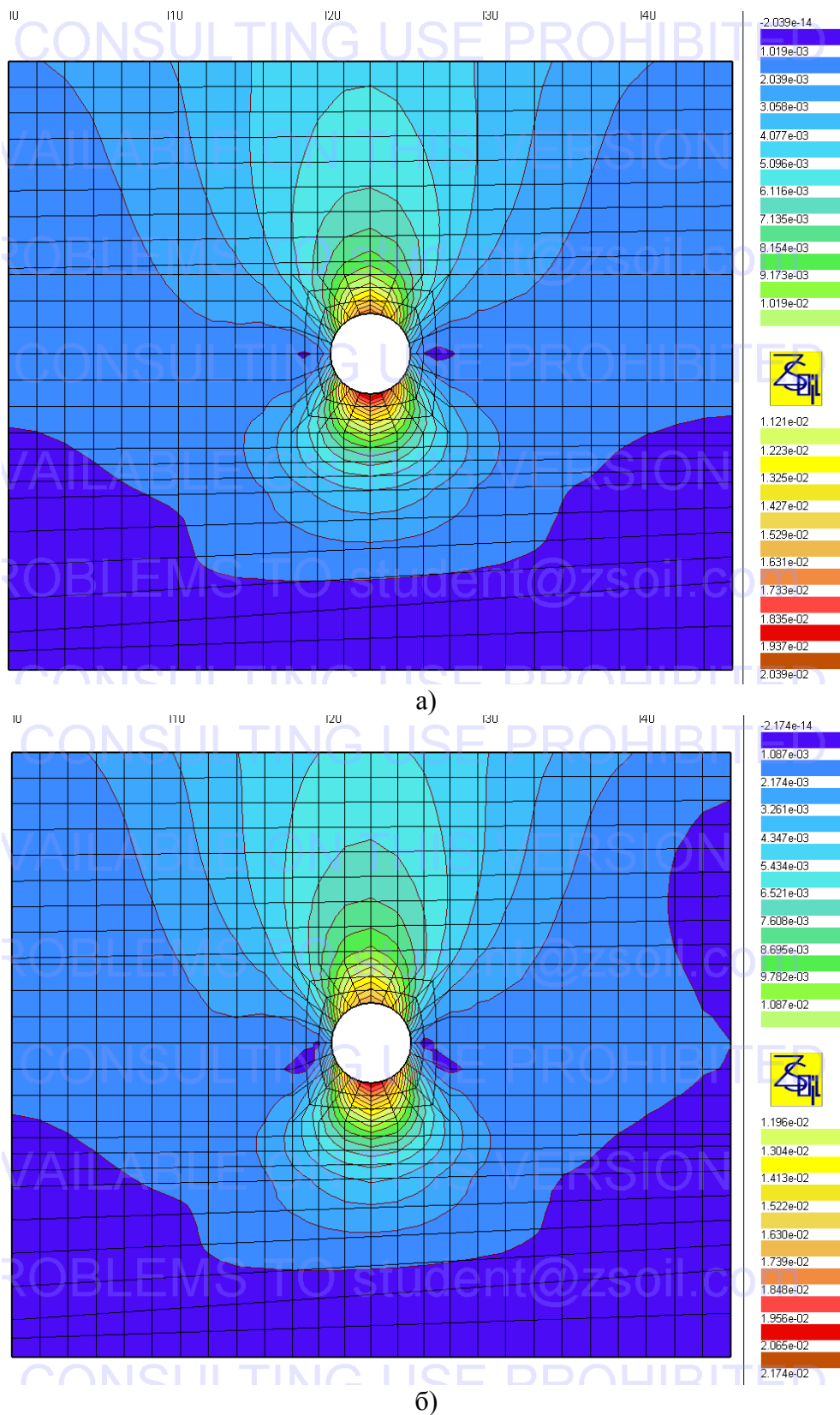


Рис. 1. – Абсолютные перемещения в массиве, глубина 21 м, одномерные элементы обделки: а) без контактного элемента («A1»); б) с контактным элементом («A2»)

Для иллюстрации полученных результатов численного эксперимента на рис. 1 представлены результаты «А1» и «А2» на глубине 21м. Остальные результаты представлены в таб.2.

Таблица 2

Результаты моделирования одномерных элементов

Шифр	Деформация обделки тоннеля, моделированной одномерными элементами, мм	
	Без контактного элемента	С контактным элементом
А	20,39	19,56
Б	13,52	13,92
В	10,79	10,13

Вторая серия экспериментов заключалась в исследовании численным моделированием обделок тоннеля двумерными прямоугольными элементами с использованием контактных элементов и без такового. Глубины и грунты принимались такие же, как и в первой серии численных экспериментов:

- глубина 21 м, однородный слой №2 – песок мелкий (шифр «А3» без контактного элемента, шифр «А4» с контактным элементом);
- глубина 12 м, однородный слой №1 – песок средней крупности (шифр «Б3» без контактного элемента, шифр «Б4» с контактным элементом);
- глубина 7 м, однородный слой №1 – песок средней крупности (шифр «В3» без контактного элемента, шифр «В4» с контактным элементом).

Двумерные элементы имели толщину железобетонных обделок и тубингов – 400 и 600 мм. Класс бетона В35.

Все характеристики контактных элементов для моделирования одномерных и двумерных элементов были взяты из работы А.А. Лукашевича [12].

Характерные результаты численного эксперимента с двумерными элементами представлены на рис. 2. Все результаты моделирования обделки двумерными элементами представлены в таб.3.

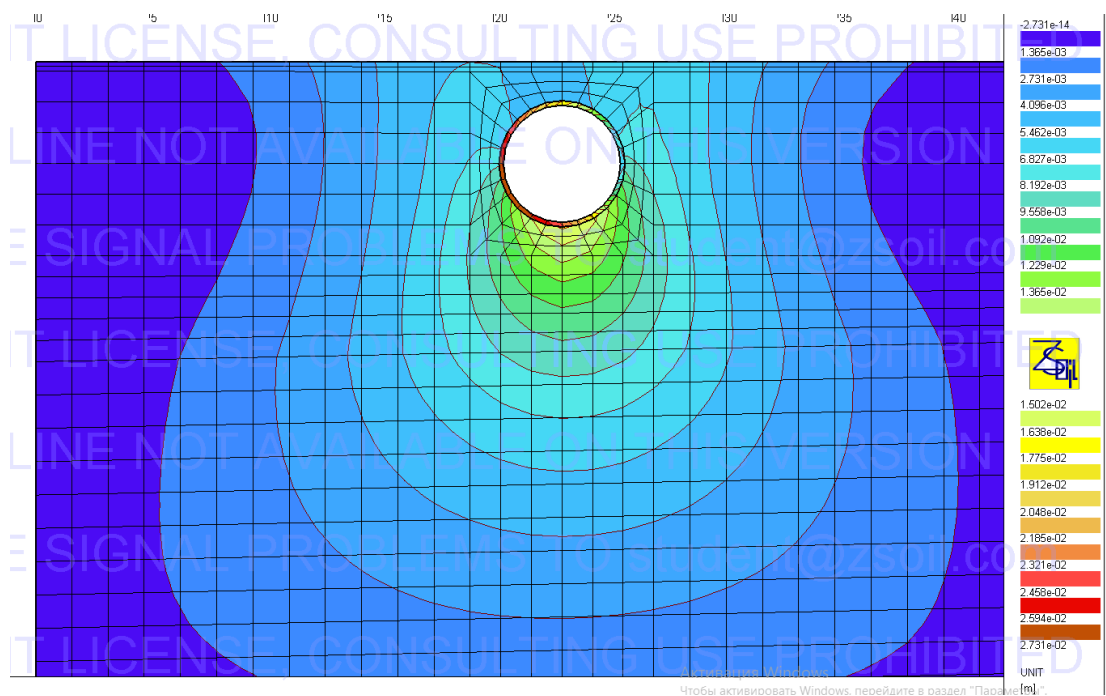
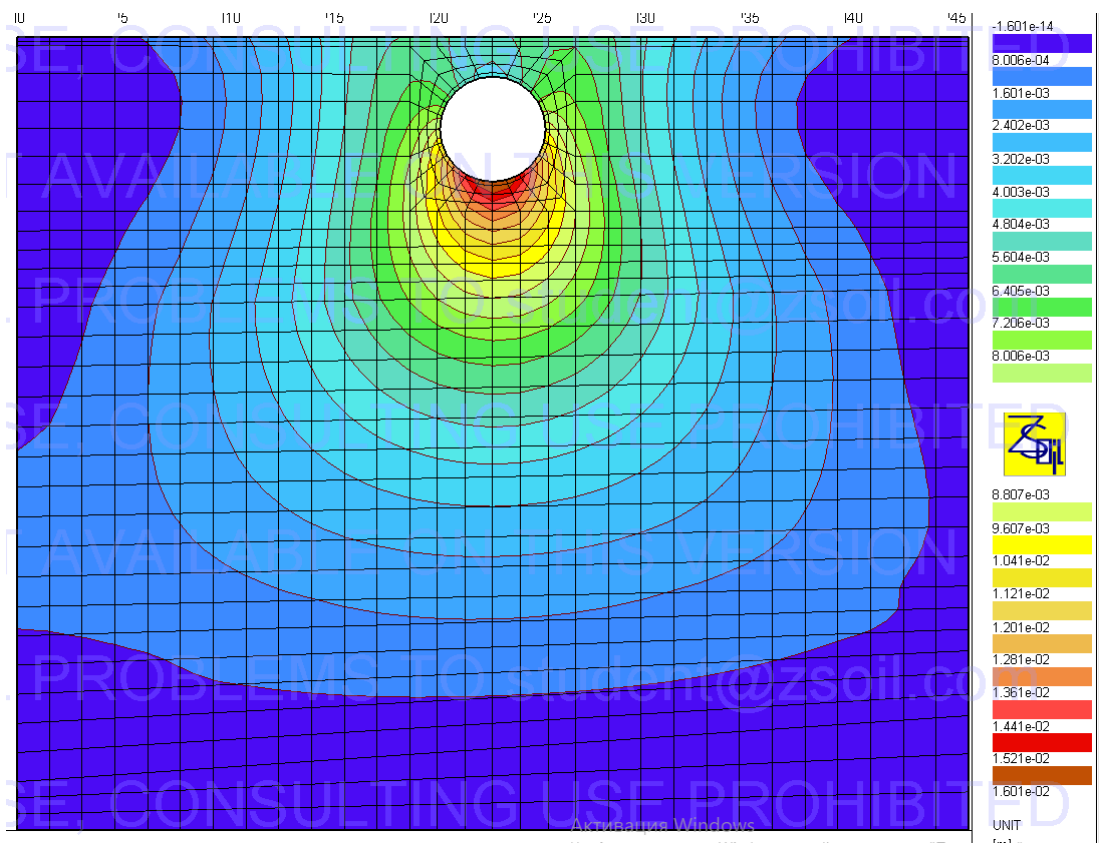


Рис. 2. – Абсолютные перемещения в массиве, глубина 7 м: а) без контактного элемента («В3»); б) с контактным элементом («В4»)

Таблица 3

Результаты моделирования двумерных элементов

Шифр	Деформация обделки тоннеля, моделированной двумерными элементами, мм	
	Без контактного элемента	С контактным элементом
А	29,43	26,94
Б	20,43	19,81
В	16,01	16,38

Для удобства восприятия полученных результатов были построены соответствующие графики. На рис.3 представлен график деформации обделки с одномерными элементами с применением контактных элементов и без таковых, а на рис. 4 – аналогичный график с двумерными элементами.

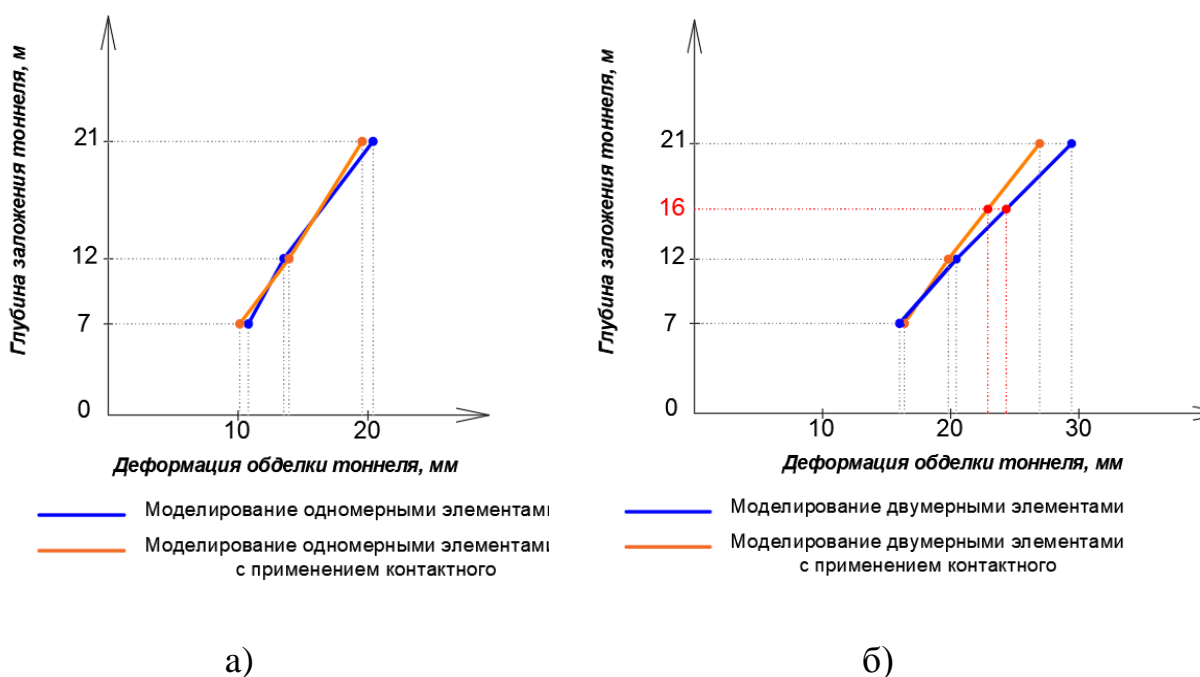


Рис. 3. – График абсолютных перемещений обделки: а - из одномерных элементов, б - из двумерных элементов.

При анализе графиков можно сделать вывод о том, что применение контактных элементов при моделировании обделки одномерными элементами не несет каких-либо изменений в полученный результат для тоннелей неглубокого заложения. Применение контактного элемента при



моделировании обделки двумерными элементами целесообразно при глубине от 16 метров и чем больше глубина, тем более важно присутствие в расчетной схеме контактных элементов.

Если в целом сравнивать применение одномерных и двумерных элементов при моделировании обделки, то можно сделать вывод о том, что характер напряженно-деформированного состояния одинаков, но при моделировании одномерными элементами деформация обделки получается меньше, чем при использовании двумерных элементов (Рис.4) и данный результат ближе к нормативным значениям, предписанным СП 32-105-2004 «Метрополитены».

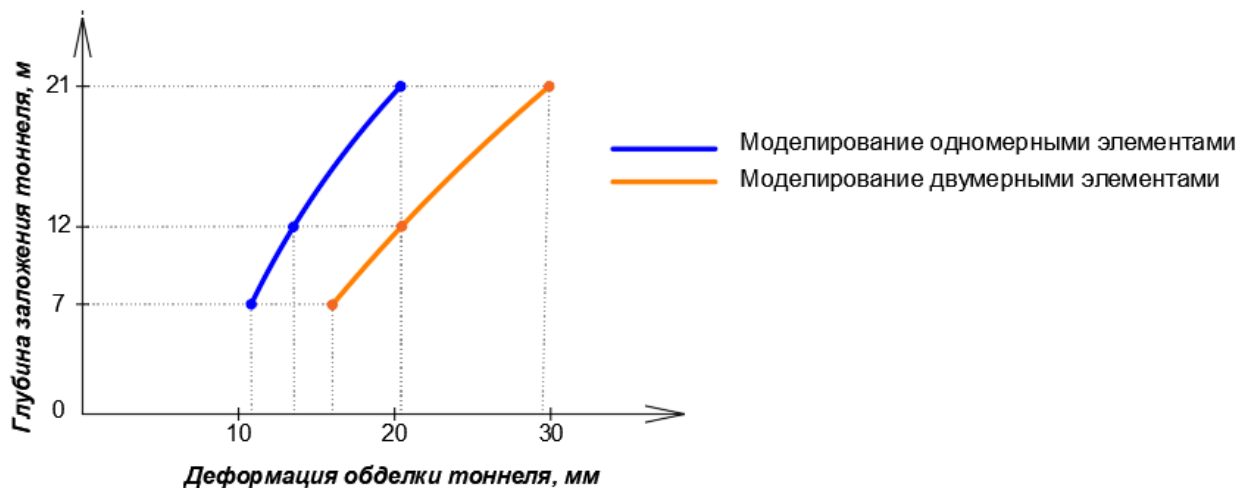


Рис. 4. – График абсолютных перемещений обделки из одномерных элементов и двумерных элементов.

Можно сделать следующие выводы:

1. Для моделирования обделки можно использовать одномерные и двумерные обделки.
2. При моделировании одномерными элементами применение контактных элементов нецелесообразно.
3. При моделировании двумерными элементами при глубине 16 м и более использование контактных элементов является обязательным.
4. Более предпочтительно использование одномерных элементов.



## Литература

1. Степанова М.Р., Сеферян Л.А., Петров К.С., Зантария Р.Р. Архитектурно-строительная концепция станции канатного метро в г. Ростов-на-Дону // Инженерный вестник Дона. 2019. №5. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2019/5980](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2019/5980).
2. Смолова М.В., Смолова Д.О. Формирование системы метрополитена Москвы // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. № 2. с. 115-127.
3. Юфин С.А. Механические процессы в породных массивах и взаимодействие их с подземными сооружениями. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. М.: Московский горный институт. 1991. 489 с.
4. Карасев М.А. Прогноз геомеханических процессов в слоистых породных массивах при строительстве подземных сооружений сложной пространственной конфигурации в условиях плотной городской застройки. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. СПб.: Санкт-Петербургский горный университет. 2017. 307с.
5. Касаткин П. И., Федорова М. П. Некоторые особенности проектирования третьего пересадочного контура Московского метрополитена // Метро и тоннели. 2013. № 2. с. 10-15.
6. Mostkov V.M., Yufin S.A., Postolskaya O.K. Numerical simulation of the hydraulic tunnel lining under extremely complicated rock conditions // ISRM International Symposium 1988, Madrid, 12–16 september 1988 года. Madrid, 1998. pp. 367-371.
7. Yufin S.A., Lamonina E.V., Postolskaya O.K., Vlasov A.N., Zimmermann T. Numerical modeling of jointed rock masses using existing models of continua // ALASKA ROCKS 2005: Rock Mechanics for Energy, Mineral and Infrastructure

Development in the Northern Regions, Anchorage, AK, 25–29 June 2005. Anchorage, AK: Curran Associates, Inc., 2005. pp. 1058-1066.

8. Макаров Е.Г. Сопротивление материалов с использованием вычислительных комплексов. СПб: Балтийский государственный технический университет "Военмех", 2015. 307 с.

9. Руденко Н.Н., Бондарев И.В. Выбор граничных условий для моделирования температурного поля грунта // Инженерный вестник Дона. 2013. №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2137](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2137).

10. Семенова А.А., Овчарова А.А. Математическая модель деформирования ортотропных конических оболочек // Инженерный вестник Дона. 2014. №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2383](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2383).

11. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. СПб: Лань, 2020. 364 с.

12. Лукашевич А. А. Моделирование контактного взаимодействия и разрушения упруго-деформируемых твердых тел при действии жесткого индентора // Вестник Тихоокеанского государственного университета. 2007. № 1. С. 69-82.

### References

1. Stepanova M.R., Seferjan L.A., Petrov K.S., Zantarija R.R. Inzhenernyj vestnik Dona. 2019. №5. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2019/5980](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2019/5980).

2. Smolova M.V., Smolova D.O. Izvestija Kazanskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. 2020. № 2. pp. 115-127.

3. Yufin S.A. Mehanicheskie processy v porodnyh massivah i vzaimodejstvie ih s podzemnymi sooruzhenijami. Dissertacija na soiskanie uchenoj stepeni doktora tehniceskix nauk. [Mechanical processes in rock massifs and their interaction with underground structures. D. thesis for the degree of Doctor of Technical Sciences]. M.: Moskovskij Gornyj Institut. 1991. 489 p.

4. Karasev M.A. Prognoz geomechanicheskikh processov v sloistyh porodnyh massivah pri stroitel'stve podzemnyh sooruzheniiy slozhnoï prostranstvennoï konfiguracii v uslovijah plotnoy gorodskoï zastroyki. Dissertacija na soiskanie uchenoj stepeni doktora tehniceskikh nauk. [Prognosis of geomechanical processes in layered rock massifs during construction of underground structures of complex spatial configuration in the conditions of dense urban development. D. thesis for the degree of Doctor of Technical Sciences]. SPb.: Sankt-Peterburgskij Gornyj Universitet. 2017. 307p.
  5. Kasatkin P. I., Fedorova M. P. Metro i tonneli. 2013. № 2. pp. 10-15.
  6. Mostkov V.M., Yufin S.A., Postolskaya O.K. ISRM International Symposium 1988, Madrid, 12–16 september 1988 года. Madrid, 1998. P. 367-371.
  7. Yufin S.A., Lamonina E.V., Postolskaya O.K., Vlasov A.N., Zimmermann T. ALASKA ROCKS 2005: Rock Mechanics for Energy, Mineral and Infrastructure Development in the Northern Regions, Anchorage, AK, 25–29 june 2005. Anchorage, AK: Curran Associates, Inc., 2005. pp. 1058-1066.
  8. Makarov E.G. Soprotivlenie materialov s ispol'zovaniem vychislitel'nyh kompleksov.[Resistance of materials using computational complexes]. SPb: Baltijskij gosudarstvennyj tehniceskij universitet "Voenmeh", 2015. 307 p.
  9. Rudenko N.N., Bondarev I.V. Inzhenernyj vestnik Dona. 2013. №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2137](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2137).
  10. Semenova A.A., Ovcharova A.A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2014. №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2383](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2383).
  11. Asanov M.O., Baranskij V.A., Rasin V.V. Diskretnaja matematika: grafy, matroidy, algoritmy. [Discrete Mathematics: Graphs, Matroids, Algorithms]. SPb: Lan', 2020. 364 p.
  12. Lukashevich A. A. Vestnik Tihookeanskogo gosudarstvennogo universiteta. 2007. № 1. pp. 69-82.
-