

---

## Численное моделирование динамики предварительно промодулированного электронного потока в пространстве дрейфа пролетного клистрона

*П.О. Медакин, Р.Н. Никулин, О.А. Авдеюк, И.В. Приходькова,  
Н.В. Грецова, Л.В. Дружинина*

*Волгоградский государственный технический университет*

**Аннотация:** В статье указано, что изучение процесса группировки электронов в пространстве дрейфа пролетного клистрона является актуальной задачей, позволяющей установить общие закономерности, применимые к более сложным моделям. В связи с этим исследовано поведение предварительно промодулированного электронного потока в пространстве дрейфа пролетного клистрона. Реализована численная модель, которая учитывает влияние полей пространственного заряда и взаимодействие заряженных частиц с элементами электродинамической системы. Проведена серия численных экспериментов с различными значениями тока и начальных скоростей электронов, а также их сравнение с теоретическими данными. В результате проведения численных экспериментов были получены данные, характеризующие динамику электронного потока в пространстве дрейфа пролетного клистрона, при различных значениях начальной скорости (0,5с, 0,9с) и катодного тока (10мА, 1А, 10А).

**Ключевые слова:** пролетный клистрон, математическая модель, численное моделирование, метод крупных частиц, метод «частица — частица», пространство дрейфа, распределение конвекционного тока, электронный поток, многопоточные вычисления, система дифференциальных уравнений.

### Введение

Сфера применения мощных и сверхмощных пролетных клистронов достаточно обширна, особенное значение они имеют для обеспечения космической связи и для ускорителей элементарных частиц. Поэтому актуальны задачи проектирования и создания новых таких устройств, а также модернизация существующих приборов [1-3].

Однако, реальные мощные пролетные клистроны являются сложными устройствами, поэтому задача оптимизации большого количества параметров, влияющих на работу прибора, затратная и очень сложная. Вследствие этого, в данной работе была сделана попытка рассмотреть

динамику электронного потока в пространстве дрейфа пролетного клистрона в ходе численного эксперимента.

Существует большое количество электровакуумных приборов СВЧ, различных по характеристикам и схемам, однако, подробное рассмотрение показывает, что все приборы имеют схожее взаимодействие электронного потока с электромагнитными полями, которое заключается в трех основных процессах:

- модуляция электронного потока по скорости,
- модуляция электронного потока по плотности,
- переход энергии электронов в энергию СВЧ сигнала.

Протекание данных процессов в разных приборах происходит по-разному, в одних независимо друг от друга, а в других одновременно.

Одним из приборов с четким разделением данных процессов является пролетный клистрон. В зависимости от назначения клистрона разделяют на усилительные, умножительные и генераторные. Так же существует классификация по количеству резонаторов.

Схема двухрезонаторного пролетного клистрона изображена на рис. 1.

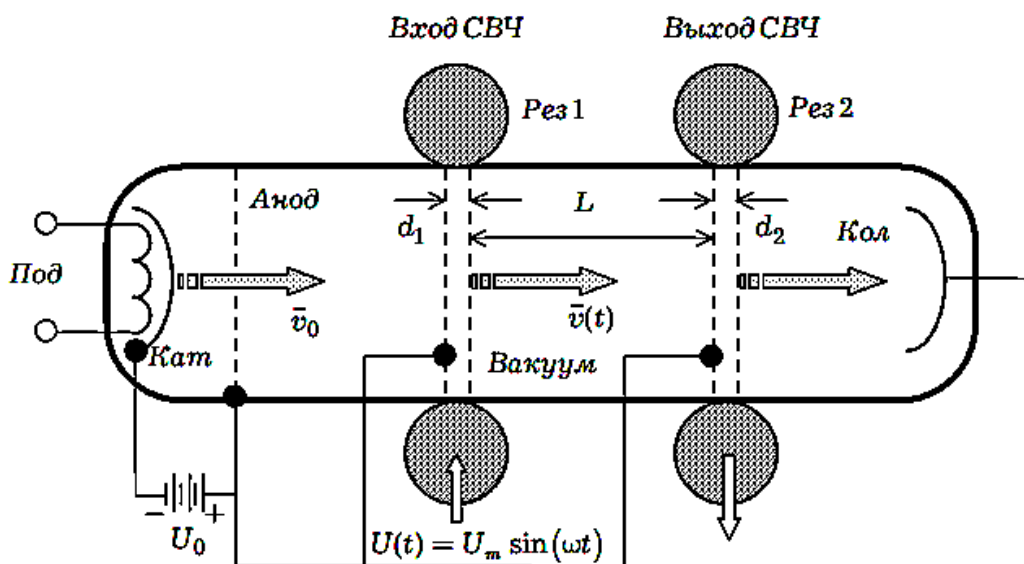


Рис. 1. – Схема двухрезонаторного пролетного клистрона [4]

Формирование пучка электронов производится с помощью катода и ускоряющей сетки. Подогреватель вызывает термоэлектронную эмиссию электронов с катода, а разность потенциалов  $U_0$  между сеткой и катодом ускоряет все электроны до скорости, на которую рассчитан прибор.

Таким образом, все электроны, движущиеся к первой сетке входного резонатора, имеют одинаковую скорость. Между сетками входного резонатора действует СВЧ поле:  $U(t) = U_m \sin(\omega t)$ , следовательно, электроны, попадающие в эту область на одном полупериоде, тормозятся, а на другом — ускоряются. Таким образом, первый резонатор служит для модуляции электронного потока по скорости и называется группирователем.

Далее, двигаясь по инерции, электроны попадают в пространство дрейфа, в котором «быстрые» электроны догоняют «медленные», образуя так называемые сгустки электронов. Данный процесс превращает модуляцию по скорости в модуляцию электронного потока по плотности, в связи с чем, пространство дрейфа называют еще областью группирования. Важно, чтобы электронный поток из-за взаимного отталкивания электронов, не касался стенок пролетной трубы, поэтому в пространство дрейфа вводят магнитную фокусирующую систему (МФС).

Очевидно, что частота следования сгустков совпадает с частотой модулирующего СВЧ поля во входном резонаторе, поэтому, пролетая между сетками выходного резонатора, сгустки вызывают наведенный ток подобной частоты. Таким образом, выходной резонатор служит для преобразования энергии промодулированного по плотности электронного потока в энергию выходного СВЧ сигнала [5,6].

## Математическая модель и численная реализация

Реальные физические модели включают огромное количество взаимодействующих друг с другом частиц, поэтому одним из методов построения модели, который позволяет экономить ресурсы ЭВМ, является замена реальной системы системой с меньшим количеством частиц, но имеющей такие же свойства. Таким образом, математическая модель движения электронного потока построена на методе «крупных частиц», заключающемся в последовательном применении Лагранжевого и Эйлера подходов. Начальный объем ансамбля частиц разбивается на некоторое количество не пересекающихся элементарных объемов, частицы каждого из которых заменяются одной крупной частицей с суммарными зарядом и массой частиц, входящих в начальный элементарный объем.

Для численного моделирования движения одной крупной частицы, необходимо записать уравнение движения в удобном для численных расчетов виде:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}. \quad (1)$$

Так как частица движется с релятивистской скоростью, то:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2)$$

С учетом полной производной по времени, имеем:

$$\gamma \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\gamma^3}{c^2} \left( \vec{v} + \frac{d\vec{v}}{dt} \right) \vec{v} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad (3)$$

Где  $\gamma = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ ,  $\vec{F}$  — сила, действующая на частицу.

Для каждой компоненты декартовой системы координат выражение примет вид:

$$\begin{cases} \dot{v}_x \gamma \left( 1 + \frac{\gamma^2}{c^2} v_x^2 \right) + \dot{v}_y \frac{\gamma^3}{c^2} v_x v_y + \dot{v}_z \frac{\gamma^3}{c^2} v_x v_z = \frac{F_x}{m} = f_x \\ \dot{v}_x \frac{\gamma^3}{c^2} v_x v_y + \dot{v}_y \gamma \left( 1 + \frac{\gamma^2}{c^2} v_y^2 \right) + \dot{v}_z \frac{\gamma^3}{c^2} v_y v_z = \frac{F_y}{m} = f_y \\ \dot{v}_x \frac{\gamma^3}{c^2} v_x v_z + \dot{v}_y \frac{\gamma^3}{c^2} v_y v_z + \dot{v}_z \gamma \left( 1 + \frac{\gamma^2}{c^2} v_z^2 \right) = \frac{F_z}{m} = f_z \end{cases} \quad (4)$$

Решая данную систему методом Крамера и преобразовав решения, получим систему из шести дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{v}_x = \frac{f_x + \frac{\gamma^2}{c^2} [f_x(v_y^2 + v_z^2) - f_y v_x v_y - f_z v_x v_z]}{\gamma^3} \\ \dot{v}_y = \frac{f_y + \frac{\gamma^2}{c^2} [f_y(v_x^2 + v_z^2) - f_x v_x v_y - f_z v_y v_z]}{\gamma^3} \\ \dot{v}_z = \frac{f_z + \frac{\gamma^2}{c^2} [f_z(v_x^2 + v_y^2) - f_x v_x v_z - f_y v_y v_z]}{\gamma^3} \\ \dot{x} = v_x \\ \dot{y} = v_y \\ \dot{z} = v_z \end{cases} \quad (5)$$

Для численного решения системы дифференциальных уравнений (5) наиболее подходящим является классический для данного рода задач — метод Рунге - Кутты четвертого порядка [7-9].

Для качественного соответствия модели реальности, при расчетах сложных физических систем, необходимо учитывать взаимодействия между частицами. В данной модели для этого используется метод «частица-частица» и запаздывающие потенциалы Лиенара-Вихерта [3]:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \left(\vec{R} - \frac{\vec{v}R}{c}\right)}{\left(R - \frac{\vec{v}R}{c}\right)^3} + \frac{\left[\vec{R}, \left[\vec{R} - \frac{\vec{v}R}{c}, \vec{v}\right]\right]}{c^2 \left(R - \frac{\vec{v}R}{c}\right)^3} \right\}, \quad \vec{B} = \frac{[\vec{R}, \vec{E}]}{cR}.$$

В итоге данная модель позволяет учесть влияние поля пространственного заряда, в то время как стандартная — кинематическая теория клистрона этого не предусматривает.

В силу того, что расчет взаимодействий и интегрирование уравнений движения для отдельных частиц проходят независимо друг от друга, их можно провести в различных потоках или процессах, что позволяет использовать многоядерность современных процессоров. Для организации многопоточности вычислений используется технология *Open MP*. Генерация псевдослучайных чисел осуществляется с помощью алгоритма *MT19937* [10].

## Результаты

Наиболее перспективным направлением в разработке пролетных клистронов является ka – диапазон [3], в связи с чем частота принята равной 37,5 ГГц, величина фокусирующего магнитного поля - 0.3Тл. Длина модулирующего резонатора вычисляется для каждого значения начальной скорости в соответствии с величиной коэффициента модуляции, принятого равным 0.98.

Рассмотрим динамику электронного потока в пространстве дрейфа пролетного клистрона при различных начальных скоростях электронов и значениях тока. На рисунках 1, 3 и 5 представлены траектории движения электронных потоков в пространстве дрейфа двухрезонаторного пролетного клистрона в момент группировки потока по плотности. На рис. 2, 4 и 6 представлены распределения конвекционного тока вдоль оси симметрии прибора. Вертикальными линиями на рисунках изображены координаты группировки электронного потока, рассчитанные теоретически. В результате

анализа полученных данных сформулирован вывод, что группировка нерелятивистских малоточных электронных потоков хорошо согласуется с кинематической теорией.

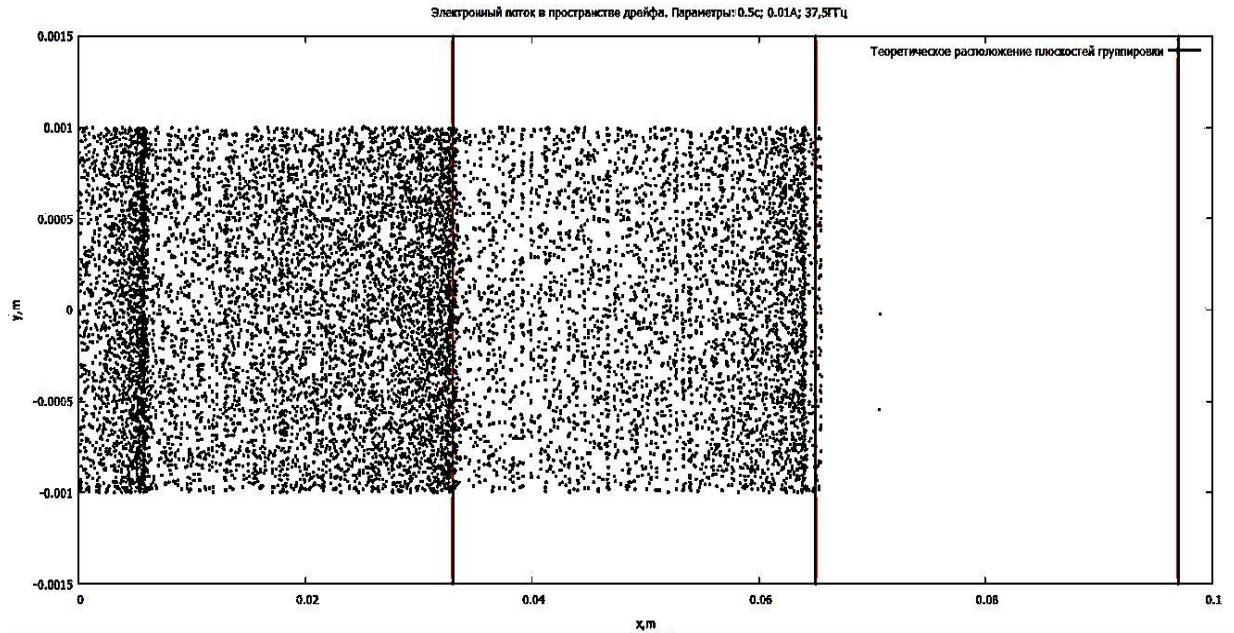


Рис. 2. – Электронный поток в пространстве дрейфа с начальной скоростью 0.5с, частотой 37,5 ГГц, ток 0.01А, глубиной модуляции 50%

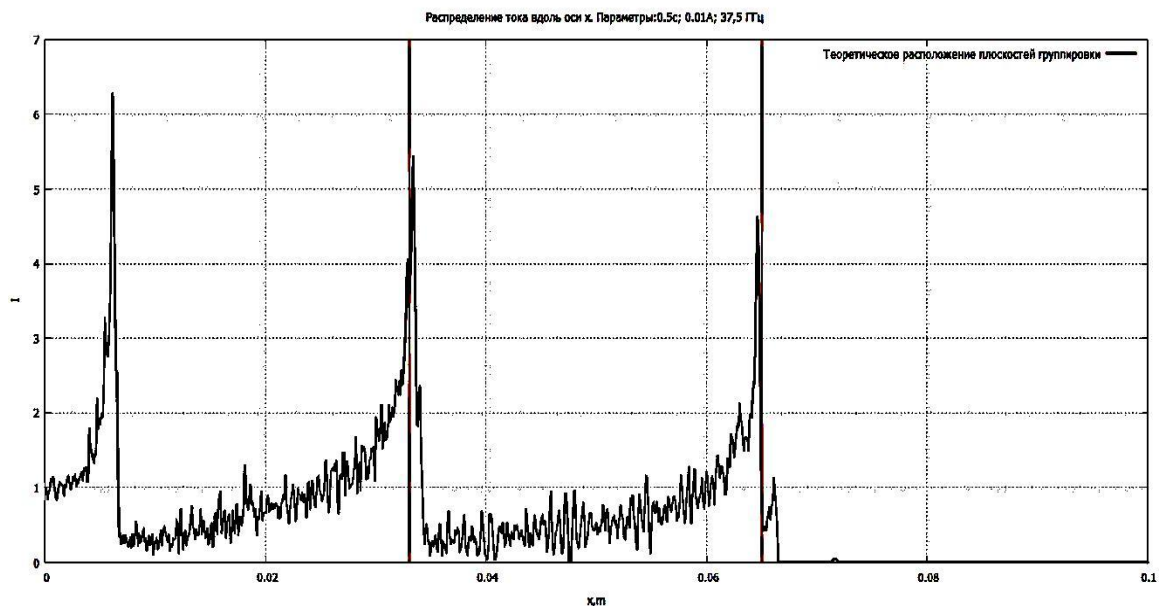


Рис. 3. – Распределение конвекционного тока вдоль оси симметрии прибора, (начальная скорость 0.5с, частота 37,5 ГГц, ток 0.01А, глубина модуляции 50%)

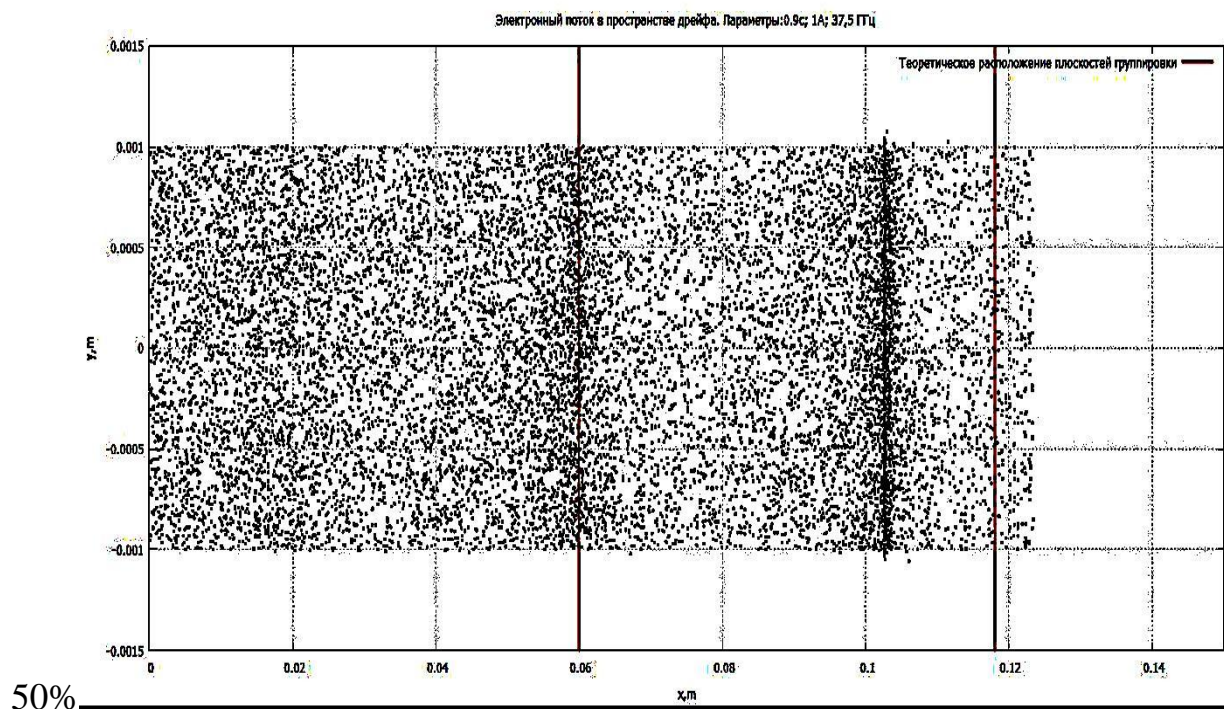


Рис. 4. – Электронный поток в пространстве дрейфа с начальной скоростью 0.9с, частотой 37,5 ГГц, ток 1А, глубиной модуляции 50%

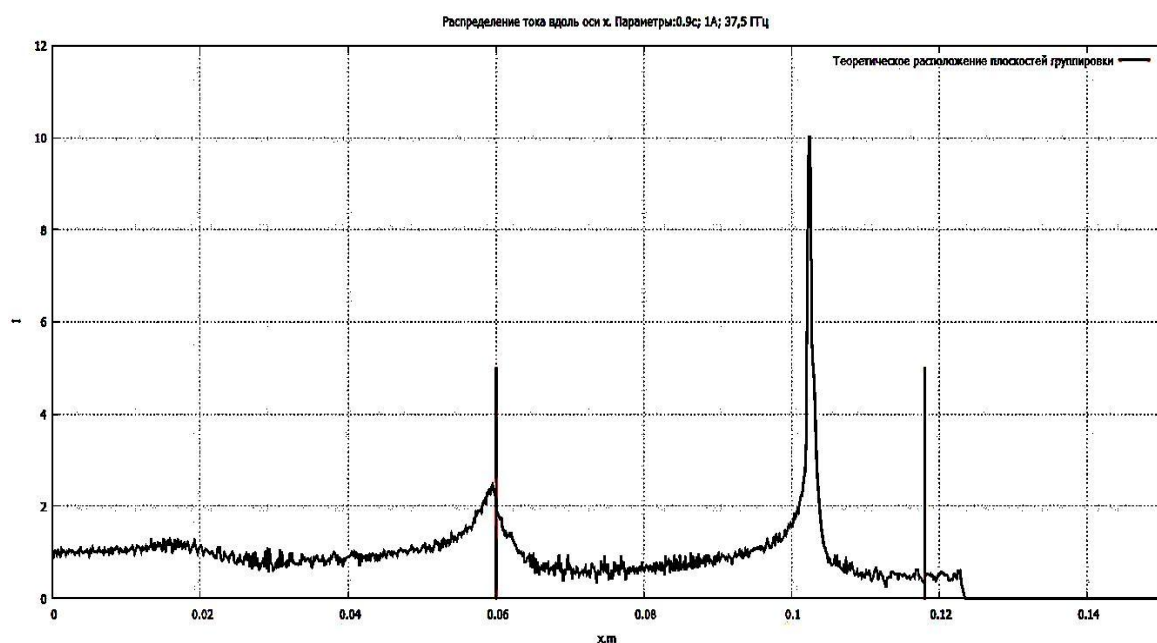




Рис. 5. – Распределение конвекционного тока вдоль оси симметрии прибора (начальная скорость 0.9с, частота 37,5 ГГц, ток 1А, глубина модуляции 50%)

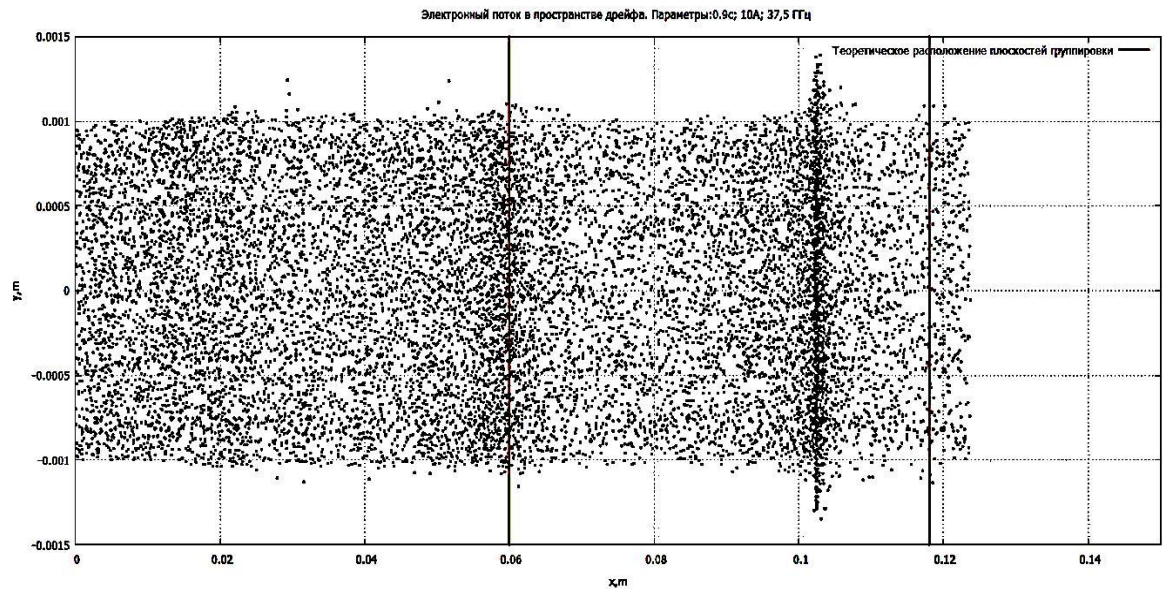


Рис. 6- Электронный поток в пространстве дрейфа с начальной скоростью 0.9с, частотой 37,5 ГГц, ток 10А, глубиной модуляции 50%

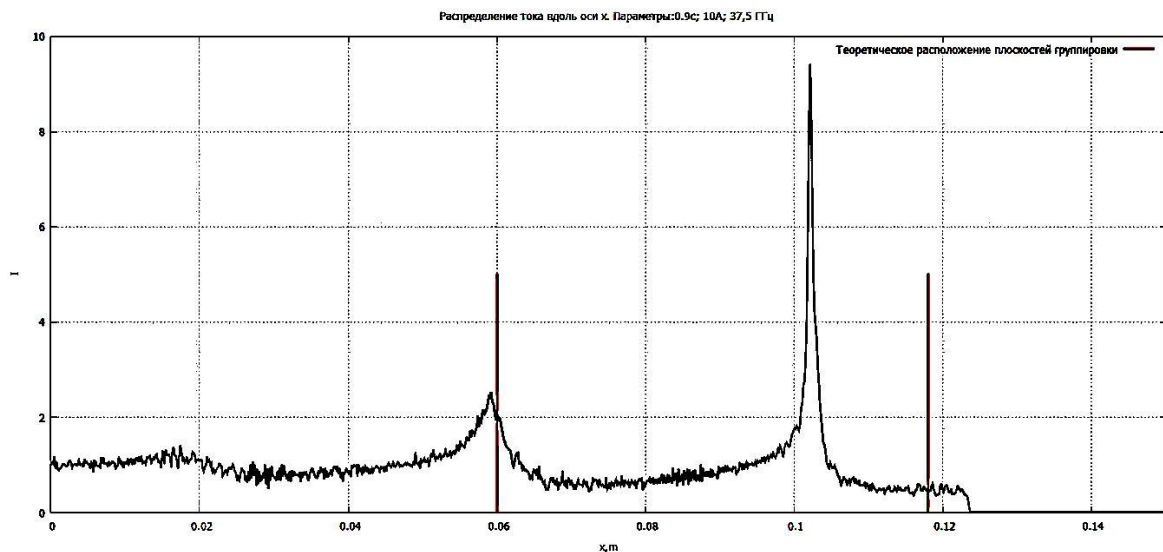


Рис. 7. – Распределение конвекционного тока вдоль оси симметрии прибора (начальная скорость 0.9с, частота 37,5 ГГц, ток 10А, глубина модуляции 50%)



## Заключение

Исследование процесса группировки электронов в пространстве дрейфа пролетного клистрона является актуальной задачей, поскольку позволяет установить общие закономерности, применимые к более сложным моделям.

Следует отметить, что рассчитываемый прибор имеет идеализированные параметры (глубина модуляции 50%,  $M=0.98$ ). Данные значения были выбраны для наиболее четкого наблюдения процесса группировки электронов. Однако, использование модулирующего напряжения, сравнимого по амплитуде с ускоряющим, является нецелесообразным для реального прибора. Так же использование коэффициента модуляции, близкого к единице, говорит о малой длине модулирующего резонатора, что невыполнимо для реальных приборов из-за технологических трудностей.

В результате проведения численных экспериментов были получены данные, характеризующие динамику электронного потока в пространстве дрейфа пролетного клистрона при различных значениях начальной скорости (0,5с, 0,9с) и катодного тока (10мА, 1А, 10А).

## Литература

1. Lin Fu-Min. Analysis of the optimal gap width and gap-to-gap distance in  $\frac{1}{4}$ -mode double-gap cavities for broadband klystrons // Proceedings of Progress in electromagnetics research symposium. Hangzhou, China. 2008. pp. 1353-1356.
  2. Мирошниченко А.Ю., Царев В.А., Губанов В.А., Акафьева Н.А. Моделирование электродинамических параметров многомодового двухзазорного резонатора для миниатюрных многолучевых приборов клистронного типа // Инженерный вестник Дона, 2013, №3. - URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1902](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1902).
-

3. Акимов П.И. Проект многолучевого Клистрона *ka*-диапазона длин волн, 2013. URL: [mwelectronics.ru/2013/Oral/3/10\\_AkimovPI\\_proekt\\_clistrona.pdf](http://mwelectronics.ru/2013/Oral/3/10_AkimovPI_proekt_clistrona.pdf)
4. Ключев Д. С., Осипов О.В. Приборы СВЧ и оптического диапазона. Конспект лекций. Самара: ФГОБУ ВПО ПГУТИ, 2014. 209 с.
5. Рошаль А. С. Моделирование заряженных пучков. Москва: Атомиздат, 1979. 224с.
6. Трубецков Д. И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Москва: Физматлит, 2003. – 496с.
7. Ковтун Д. Г. Трехмерный релятивистский электронный поток в скрещенных полях // Электромагнитные волны и электронные системы. 2004. Т. 9. № 2. С. 58-65.
8. Hockney R., Eastwood J. Numerical modeling by the particle method. Computer simulation using particles. McGraw Hill, 1981. 640 p.
9. Медакин П.О., Никулин Р.Н., Авдеюк О.А., Поляков И.В., Грецова Н.В. Использование численного моделирования для расчета движения ионного пучка в лазерном масс - спектрометре ЭМАЛ – 2 // Инженерный вестник Дона, 2020, №7. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N7y2020/6552](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N7y2020/6552)
10. Быков Д.В., Неретин А.Д. Прогнозирование производительности при реализации алгоритмов генерации случайных последовательностей больших размерностей на реконфигурируемых архитектурах с сопроцессорами // Инженерный вестник Дона, 2014, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2414](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2414).

### References

1. Lin Fu-Min. Proceedings of Progress in electromagnetics research symposium. Hangzhou, China. 2008. pp. 1353-1356.
  2. Miroshnichenko A.YU., Carev V.A., Gubanov V.A., Akaf'eva N.A. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, № 3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1902](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1902).
-



3. Akimov P.I. Proekt mnogoluchevogo Klistrona ka-diapazona dlin voln [Ka-band multibeam Klystron project]. URL: [mwelectronics.ru/2013/Oral/3/10\\_AkimovPI\\_proekt\\_clistrona.pdf](http://mwelectronics.ru/2013/Oral/3/10_AkimovPI_proekt_clistrona.pdf)
4. Klyuev D. S., Osipov O.V. Pribory SVCH i opticheskogo diapazona . Konspekt lekcij [Microwave and optical devices. Lecture notes]. Samara: FGOBU VPO PGUTI, 2014. 209p.
5. Roshal' A. S. Modelirovanie zaryazhennyh puchkov [Charged beam modeling]. Moskva: Atomizdat, 1979. 224 p.
6. Trubeckov D. I., Hramov A.E. Lekcii po sverhvysokochastotnoj elektronike dlya fizikov [Lectures on Microwave Electronics for Physicists]. Moskva: Fizmatlit, 2003. 496 p.
7. Kovtun D. G. Elektromagnitnye volny i elektronnye sistemy. 2004. T. 9. № 2. pp. 58-65.
8. Hockney R., Eastwood J. Numerical modeling by the particle method. Computer simulation using particles. McGraw Hill, 1981. 640 p.
9. Medakin P.O., Nikulin R.N., Avdeyuk O.A., Polyakov I.V., Grecova N.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2020, № 7. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N7y2020/6552](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N7y2020/6552)
10. Bykov D.V., Neretin A.D. Inzhenernyj vestnik Dona, 2014, № 2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2414](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2414).