Инженерный вестник Дона, №2, ч.2 (2015)
ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3034

Сравнительная характеристика различных видов игровых постановок задачи целевого и нецелевого использования ресурсов

О.И. Горбанева

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: В статье рассматривается задача целевого и нецелевого использования ресурсов. Имеется два элемента в системе, каждый из которых имеет некоторое количество ресурсов, которое необходимо распределить между общественными и своими частными интересами. Участники могут быть равноправными, а могут быть связаны отношениями руководства-подчинения. Кроме того, участники могут иметь возможность вступить в коалицию. Получаем четыре случая, которые представлены в виде игр в нормальной форме, иерархических и кооперативных игр. Целью исследования было сравнить, как влияет иерархия и возможная кооперация на выполнение целевых обязательств участниками системы. Исследование показало, что равноправие для общественных целей предпочтительнее, чем иерархия. При кооперации участники системы больше ресурсов выделяют на общественные цели.

Ключевые слова: целевое использование, нецелевое использование, распределение ресурсов, иерархическая система, верхний уровень, нижний уровень, равноправные игроки, кооперация игроков, функция частной деятельности, функция общей деятельности, равновесие по Штакельбергу, равновесие по Нэшу, Парето-оптимальное множество.

Введение

В последнее время в России (и не только) актуальна проблема использования агентом ресурсов, выделенных для реализации конкретных целей, не по назначению. Эту ситуацию можно отнести к бюджетному распределению и использованию средств, финансовым ассигнованиям, конкурсам, грантам, аукционным и тендерным механизмам распределения ресурсов между участниками. Немалое значение при распределении средств имеет объединение агентов в коалиции (сговор, кооперация) [1-2] и структура системы. При иерархии [3-6] нецелевое использование ресурсов может осуществляться по цепочке: от выделенного всей системе ресурсов верхний уровень часть ресурсов забирает на свои цели, оставшееся передает на уровень ниже для реализации общесистемных целей. Нижний уровень, в свою очередь, также выделяет часть средств на свои нужды, остаток передает дальше и т.д. В качестве основы для исследования взяты модели Гермейера-

Вателя [7-9]. В основополагающей работе Ю. Гермейера и И. Вателя [7] показано, что если функции выигрыша всех агентов имеют вид свертки по минимуму функций общего и частного интересов, то в соответствующей игре существует Парето-оптимальное равновесие по Нэшу. Исследование моделей этого типа было продолжено в работах авторов [3-6, 10]. Цель статьи – определить, как вид целевых функций участников системы, а также наличие иерархии и кооперации влияет на нецелевое использование ресурсов. Дальнейшая структура статьи выглядит следующим образом.

Математическая модель задачи целевого и нецелевого использования ресурсов

Будем рассматривать систему управления, состоящую из двух элементов A1 и A2, каждый из которых распоряжается некоторым количеством ресурсов. Часть ресурсов каждый распорядитель использует на общие цели (целевого использования), оставшуюся часть оставляет себе частные цели (нецелевое использование). Оба распорядителя участвуют в доходе от целевой деятельности. Модель строится в виде игры двух лиц. В функцию выигрыша каждого игрока включаются два слагаемых: доход от нецелевой деятельности, заданный функцией частной деятельности агента, и соответствующая доля дохода от целевой деятельности системы, заданного в виде функции общей деятельности всех агентов. Модель соответствует структуре модели Гермейера-Вателя, но для исследования мы будем использовать линейную свертку функций общей и частной деятельности, тогда как в оригинальной работе использовалась свертка по минимуму.

Функции выигрыша имеют следующий вид:

$$g_1(u_1,u_2) = a_1(\mathrm{r}_1 - u_1, u_2) + b_1(u_1,u_2)c(u_1,u_2) \to \max_{u_1},$$

$$g_2(u_1,u_2) = a_2(u_1, \mathrm{r}_2 - u_2) + b_2(u_1,u_2)c(u_1,u_2) \to \max_{u_2}$$

при ограничениях $0 \le u_i \le r_i$ и условиях на функции *a*, *b* и *c*

$$a_i \ge 0,\ \frac{\partial a_i}{\partial u_i} \le 0,\ \frac{\partial a_i}{\partial u_{j\ne i}} \ge 0,\ b_i \ge 0,\ \frac{\partial b_i}{\partial u_i} \ge 0,\ \frac{\partial c}{\partial u_i} \ge 0,\ i=1,\ 2.$$

Здесь, r_i – количество ресурсов, имеющихся у *i*-го игрока, u_i – количество ресурсов, выделенных *i*-м уровнем на целевое использование (соответственно, r_i–u_i остается на нецелевое использование ресурсов в личных интересах); g_i – функция выигрыша *i*-го игрокая; a_i – функция частного интереса *i*-го игрока; b_i– доля дохода от целевой деятельности, получаемая *i*-м игроком; *c* – функция целевого дохода системы (общества, организации).

Рассматриваются следующие виды распределений целевого дохода *b*:

1) равномерное, при котором процент участия в доходе от целевой деятельности одинаков для обоих игроков, в частности, при *n*=2 $b_i = \frac{1}{2}$.

2) постоянное, при котором процент участия в доходе от целевой деятельности фиксирован для обоих игроков, в частности, при *n*=2 $b_1 = b$, $b_2 = 1 - b$.

3) пропорциональное, при котором процент участия игрока в доходе пропорционален долям, выделенным уровнем на общие цели, т.е. $b_1 = \frac{u_1}{u_1 + u_2}$, $b_2 = \frac{u_2}{u_1 + u_2}$.

Стратегией игрока является количество u_i средств, направляемых на общие цели. Различаются следующие возможные случаи. Во-первых, игроки могут быть равноправными, тогда стратегии принимаются одновременно (в этом случае ставится игра в нормальной форме), а могут связываться отношениями руководства-подчинения, тогда рассматривается иерархическая игра, в которой первый ход делает игрок верхнего уровня, а затем ход делает второй игрок.

Во-вторых, игроки могут объединяться в коалицию. В этом случае максимизируется их общая целевая функция, которая является суммой целевых функций обоих агентов:

$$g_0(u_1,u_2) = a_1(\mathrm{r}_1 - u_1, u_2) + a_2(u_1, \mathrm{r}_2 - u_2) + \left(b_1(u_1,u_2) + b_2(u_1,u_2)\right)c(u_1,u_2) \to \max_{u_1,u_2},$$

В данной игре ищется Парето-оптимальное множество. В итоге, комбинируя все возможные случаи, получаем четыре возможные ситуации. Рассмотрим каждый из этих случаев подробно.

Целевое и нецелевое использование ресурсов при равноправии

Будем рассматривать одноуровневую систему управления, состоящую из двух равноправных элементов A1 и A2, каждый из этих которых имеет некоторое количество ресурсов r_i. Часть средств u_i каждый из них направляет для целевого использования, оставшуюся часть оставляет себе на нецелевое использование. Оба распорядителя участвуют в доходе от целевой деятельности c. Схема структуры представлена на рисунке 1.

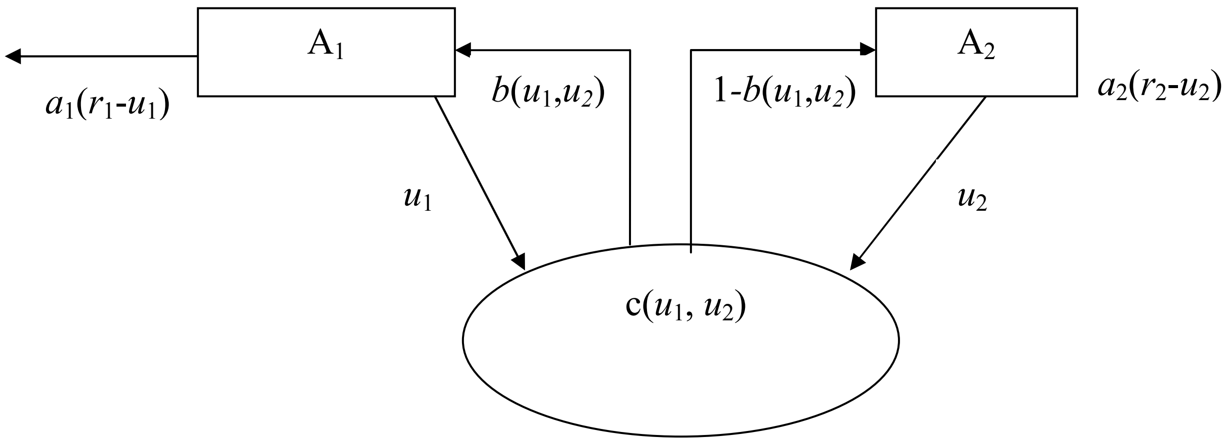

Рис. 1.Структура моделируемой системы

Модель построена в виде игры двух лиц в нормальной форме, в которой ищется равновесие по Нэшу [9]. В функцию выигрыша каждого игрока включаются доход от нецелевой деятельности игрока и соответствующая игроку доля дохода от целевой деятельности всей системы. Функции выигрыша имеют следующий вид:

$$g_1(u_1,u_2)=a_1(\mathrm{r}_1-u_1)+b_1(u_1,u_2)c(u_1,u_2)\to\max_{u_1},$$

$$g_2(u_1,u_2)=a_2(\mathrm{r}_2-u_2)+b_2(u_1,u_2)c(u_1,u_2)\to\max_{u_2}$$

при ограничениях $0\le u_i\le \mathrm{r}_i$.В качестве функций a и c рассматриваются различные виды функций относительно переменных u_1 и u_2, $a_1=a_1(r_1-u_1)$, $a_2=a_2(r_2-u_2)$, $c=c(u_1+u_2)$. В этом случае на общие цели расходуется доля ресурсов в размере u_1+u_2. Игроки делают свои ходы одновременно, выбирая и сообщая свои оптимальные стратегии u_1 и u_2. Рассмотрим случай, когда доля верхнего уровня от целевой деятельности постоянна, т.е. $b_1=b$, $b_2=1-b$.

Равновесие по Нэшу в этом случае:

$$u_1^*(u_2)=\begin{cases} 0, & \left(bc'(u_1+u_2)-a_1'(r_1-u_1)\right)^{-1}(0)<0 \\ \left(bc'(u_1+u_2)-a_1'(r_1-u_1)\right)^{-1}(0), & 0<\left(bc'(u_1+u_2)-a_1'(r_1-u_1)\right)^{-1}(0)<r_1, \\ r_1, & \left(bc'(u_1+u_2)-a_1'(r_1-u_1)\right)^{-1}(0)>r_1. \end{cases}$$

$$u_2^*(u_1)=\begin{cases} 0, & \left((1-b)c'(u_1+u_2)-a_2'(r_2-u_2)\right)^{-1}(0)<0 \\ \left((1-b)c'(u_1+u_2)-a_2'(r_2-u_2)\right)^{-1}(0), & 0<\left((1-b)c'(u_1+u_2)-a_2'(r_2-u_2)\right)^{-1}(0)<r_2, \\ r_2, & \left((1-b)c'(u_1+u_2)-a_2'(r_2-u_2)\right)^{-1}(0)>r_2. \end{cases}$$

В общем случае возможны 9 исходов, которые мы в силу их громоздкости выписывать не будем.

Целевое и нецелевое использование ресурсов при равноправии и кооперации

Будем рассматривать одноуровневую систему управления, состоящую из двух равноправных элементов A1 и A2. Каждый из этих уровней имеет определенное количество ресурсов r_i, часть которых u_i каждый из элементов использует на общие цели, оставшуюся часть оставляет себе на нецелевые интересы. Участники системы объединены в коалицию, имеют совместную целевую функцию и совместно распоряжаются своими стратегиями и выигрышем (рис.2).

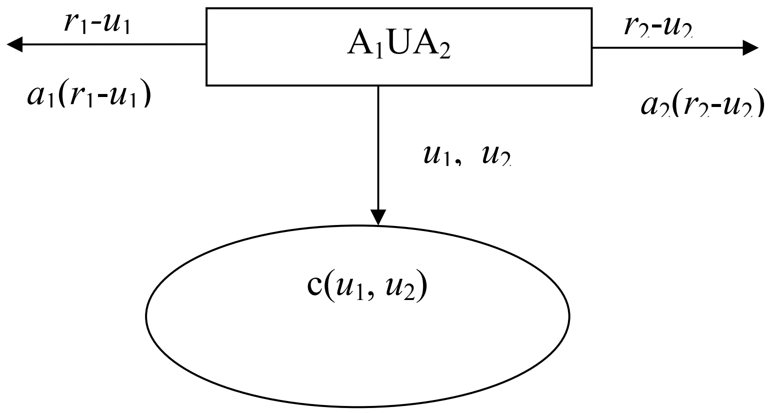

Рис. 2.Структура моделируемой системы

Модель строится в виде игры двух лиц, в которой ищется Парето-оптимальное множество. Так игроки объединяются в коалицию, игровая постановка сводится к оптимизационной задаче оптимизации общей суммарной целевой функции:

$$g_0(u_1,u_2) = a_1(\mathrm{r}_1 - u_1) + a_2(r_2 - u_2) + c(u_1,u_2) \to \max_{u_1,u_2}$$

при ограничениях $0 \le u_i \le \mathrm{r}_i$. Игроки делают свои ходы одновременно, обдумывая и совместно выбирая свои оптимальные стратегии u_1 и u_2. Парето-оптимальное множество:

$$u_1^*(u_2) = \begin{cases} 0, & (c'(u_1+u_2) - a_1'(r_1 - u_1))^{-1}(0) < 0 \\ (c'(u_1+u_2) - a_1'(r_1 - u_1))^{-1}(0), & 0 < (c'(u_1+u_2) - a_1'(r_1 - u_1))^{-1}(0) < r_1, \\ r_1, & (c'(u_1+u_2) - a_1'(r_1 - u_1))^{-1}(0) > r_1. \end{cases}$$

$$u_2^*(u_1) = \begin{cases} 0, & (c'(u_1+u_2) - a_2'(r_2 - u_2))^{-1}(0) < 0 \\ (c'(u_1+u_2) - a_2'(r_2 - u_2))^{-1}(0), & 0 < (c'(u_1+u_2) - a_2'(r_2 - u_2))^{-1}(0) < r_2, \\ r_2, & (c'(u_1+u_2) - a_2'(r_2 - u_2))^{-1}(0) > r_2. \end{cases}$$

В общем случае возможны 9 исходов.

Можно увидеть, что равновесие Нэша и Парето-оптимальное множества отличаются только тем, что в равновесии по Нэшу перед c' имеется сомножитель b или (1-b), на основании чего можно сделать вывод, что при кооперации равноправных партнеров больше случаев, при которых участнику системы выгодно потратить все ресурсы на общие цели. Кроме того, если участнику выгодно только часть ресурсов потратить на общие цели, эта часть будет больше при кооперации, чем при ее отсутствии. Последние два факта подтверждают предпочтительность создания коалиции при равноправии партнеров.

Целевое и нецелевое использование ресурсов при иерархии

Будем рассматривать двухуровневую систему управления (рис.3), состоящую из одного элемента A_1 верхнего уровня и одного элемента A_2 нижнего уровня. Верхний уровень имеет некоторое количество ресурсов, допустим *r*. Часть имеющихся у него средств он передает нижнему уровню на целевое использование ресурсов, оставшуюся часть оставляет на нецелевое использование. В свою очередь, нижний уровень забирает часть средств на свои нужды, а остальное расходуется на общие цели. Оба уровня участвуют в доходе от целевой деятельности.

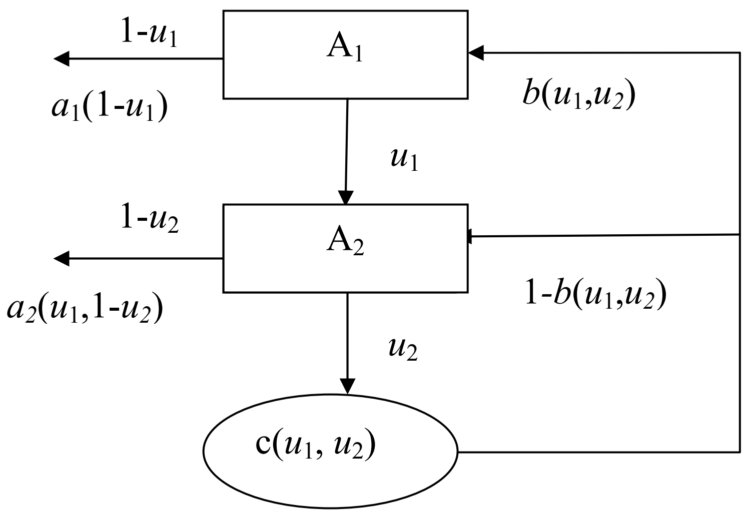

Рис. 3.Структура моделируемой системы

Модель строится в виде игры двух лиц, в которой ищется равновесие по Штакельбергу. В функцию выигрыша каждого из двух игроков включаются доход от нецелевой деятельности и соответствующая доля дохода от целевой деятельности системы. Здесь индекс 1 относится к верхнему уровню, индекс 2 относится к нижнему уровню, u_i -доля ресурсов, выделенных i-м уровнем на развитие системы (соответственно, $1–u_i$ остается на нецелевое использование ресурсов в личных интересах).

Соотношения $a_1 = a_1(r(1\text{-}u_1))$, $a_2 = a_2(ru_1(1-u_2))$ отражают иерархическую структуру системы. Как видно, доход от нецелевой деятельности верхнего уровня не зависит от части ресурсов, которую нижний уровень направит на общие цели. Но доход от нецелевой деятельности нижнего уровня зависит от той части средств, которую передаст ему верхний уровень на общие цели. Так как u_i – доли ресурсов, то на общее дело идет ru_1u_2, то есть $c = c(ru_1u_2)$. Данная модель является иерархической игрой с двумя игроками. Право первого хода принадлежит игроку верхнего уровня, который выбирает и сообщает игроку нижнего уровня значение u_1, затем второй игрок, зная решение первого, выбирает оптимальное для себя значение u_2.

Функции выигрыша имеют вид

$$g_1(u_1, u_2) = a_1(r(1-u_1)) + bc(ru_1u_2) \to \max_{u_1},$$

$$g_2(u_1, u_2) = a_2\left(ru_1(1\text{-}u_2)\right) + (1-b)c(ru_1u_2) \to \max_{u_2}$$

при ограничениях $0 \le u_i \le 1$, i=1, 2.

Равновесие по Штакельбергу находится следующим образом.

а) $u_2^* = 0$. В этом случае $u_1^* = 0$, что говорит о том, что если верхний уровень знает, что нижний уровень все полученные от него ресурсы потратит на частные цели, то он ничего нижнему уровню и не передаст. Лучше он потратит эти ресурсы на свои частные цели.

б) $u_2^* = \left((1-b)c'(ru_1u_2) - a_2'\left(ru_1(1\text{-}u_2)\right)\right)^{-1}(0)$. В этом случае

$$u_1^* = \left(b\left((1-b)c'(ru_1u_2) - a_2'\left(ru_1(1\text{-}u_2)\right)\right)^{-1}(0)\times\right.$$
$$\left.\times c'\left(ru_1\left((1-b)c'(ru_1u_2) - a_2'\left(ru_1(1\text{-}u_2)\right)\right)^{-1}(0)\right) - a_1'\left(r(1-u_1)\right)\right)^{-1}(0)$$

Учитывая ограничение на u_1, заметим, что окончательный вид оптимальной стратегии нижнего уровня будет

$$u_1^* = \begin{cases} 0, & u_1^* < 0 \\ u_1^*, & 0 < u_1^* < 1, \\ 1, & u_1^* > 1. \end{cases}$$

Но случай u_1=0 относится к случаю а), т.к. в этом случае ничего из ресурсов не идет на общие цели. То есть в случае б) остается два исхода.

в) $u_2^* = 1$. В этом случае

$$u_1^* = \begin{cases} 0, & (bc'(ru_1) - a_1'(r(1-u_1)))^{-1}(0) < 0 \\ (bc'(ru_1) - a_1'(r(1-u_1)))^{-1}(0), & 0 < (bc'(ru_1) - a_1'(r(1-u_1)))^{-1}(0) < 1, \\ 1, & (bc'(ru_1) - a_1'(r(1-u_1)))^{-1}(0) > 1. \end{cases}$$

Но случай u_1=0 относится к случаю а), т.к. в этом случае ничего из ресурсов не идет на общие цели. То есть в случае в) остается два исхода.

Всего исходов может быть 5, так как в случае . Выписывать все исходы игры в силу их громоздкости не будем. Можно сделать вывод, что случай иерархии участников системы хуже для общих интересов, чем случай равноправия. При иерархии если одному игроку выгодно выделять ресурсы только на частные цели, то и второму игроку не выгодно (или нет возможности) потратить хоть какую-то часть ресурсов на общие цели. При равноправии все-таки могут быть ситуации, когда одному игроку выгодно все ресурсы потратить на частные цели, в то время как второму – нет.

Целевое и нецелевое использование ресурсов при иерархии и кооперации

Будем рассматривать двухуровневую систему управления, состоящую из одного элемента А1 верхнего уровня и одного элемента А2 верхнего уровня. Верхний уровень имеет некоторое количество ресурсов *r*, часть которых он передает нижнему уровню на целевое использование ресурсов, оставшуюся часть оставляет себе на нецелевое использование. Нижний уровень, в свою очередь, забирает часть средств на свои нужды, а остальное расходуется на общие цели. И верхний, и нижний уровни участвуют в доходе от целевой деятельности. Участники системы объединены в коалицию, имеют совместную целевую функцию и совместно распоряжаются своими стратегиями и выигрышем.

Модель строится в виде иерархической игры двух лиц, в которой ищется Парето-оптимальное множество. Так игроки объединяются в коалицию, игровая постановка сводится к оптимизационной задаче оптимизации общей суммарной целевой функции:

$$g_0(u_1,u_2)=a_1(r(1-u_1))+a_2(ru_1(r_2-u_2))+c(ru_1u_2)\to\max_{u_1,u_2}$$

при ограничениях $0\le u_i\le 1$. Игроки совместно обдумывают и выбирают свои оптимальные стратегии u_1 и u_2.

Парето-оптимальное множество в этом случае.

а) $u_2^*=0$, $u_1^*=\left(-a_1'(r(1\text{-}u_1))+a_2'(ru_1)\right)^{-1}(0)$

б) $u_2^*=\left(c'(ru_1u_2)-a_2'(ru_1(1\text{-}u_2))\right)^{-1}(0)$. В этом случае

$$u_1^*=\Big(\big(c'(ru_1u_2)-a_2'(ru_1(1\text{-}u_2))\big)^{-1}(0)\cdot c'\Big(ru_1\big(c'(ru_1u_2)-a_2'(ru_1(1\text{-}u_2))\big)^{-1}(0)\Big)+$$
$$+\Big(1-\big(c'(ru_1u_2)-a_2'(ru_1(1\text{-}u_2))\big)^{-1}(0)\Big)\cdot a_2'\Big(ru_1\Big(1-\big(c'(ru_1u_2)-a_2'(ru_1(1\text{-}u_2))\big)^{-1}(0)\Big)\Big)$$
$$-a_1'(r(1-u_1)))^{-1}(0)$$

Учитывая ограничение на u_1, заметим, что окончательный вид оптимальной стратегии нижнего уровня будет

$$u_1^*=\begin{cases}0, & u_1^*<0\\ u_1^*, & 0<u_1^*<1,\\ 1, & u_1^*>1.\end{cases}$$

в) $u_2^*=1$. В этом случае

$$u_1^*=\begin{cases}0, & \left(c'(ru_1)-a_1'(r(1-u_1))\right)^{-1}(0)<0\\ \left(c'(ru_1)-a_1'(r(1-u_1))\right)^{-1}(0), & 0<\left(c'(ru_1)-a_1'(r(1-u_1))\right)^{-1}(0)<1,\\ 1, & \left(c'(ru_1)-a_1'(r(1-u_1))\right)^{-1}(0)>1.\end{cases}$$

Но все случаи u_1=0 можно объединить, так как в этом случае u_2 безразлично и g_0=$a_1(r_1)$, поэтому из девяти теоретически возможных исходов содержательных будет семь.

Можно увидеть, что равновесие по Штакельбергу и Парето-оптимальное множества отличаются только тем, что в равновесии по Штакельбергу перед c' имеется сомножитель b или (1-b), на основании чего можно сделать вывод, что при кооперации равноправных партнеров больше случаев, при которых участнику системы выгодно потратить все ресурсы на общие цели. Кроме того, при иерархии в случае отсутствия кооперации если одному из участников выгодно все ресурсы отправить только на частные цели, то и другому участнику также невыгодно даже малую часть ресурсов тратить на общие цели. В случае же кооперации при иерархии если нижнему уровню выгодно все ресурсы потратить на общие цели, то это не мешает верхнему уровню потратить хоть часть ресурсов на общие цели, что говорит о предпочтительности создания коалиции при иерархии участников.

Если же сравнивать случай иерархии участников при иерархии со случаем иерархии равноправных участников, то иерархия хуже для реализации общих интересов, чем случай равноправия. При иерархии если игроку верхнего уровня выгодно выделять ресурсы только на частные цели, то и у игрока нижнего уровня нет возможности потратить хоть какую-то часть ресурсов на общие цели, в отличие от случая равноправия.

Заключение

В статье исследована задача целевого и нецелевого использования ресурсов. Участники могут быть равноправными, а могут быть связаны отношениями руководства-подчинения. Кроме того, участники могут иметь возможность вступить в коалицию. Целью исследования было сравнить, как влияет иерархия и возможная кооперация на выполнение целевых обязательств участниками системы. Исследование показало, что равноправие для общественных целей предпочтительнее, чем иерархия, так как в случае иерархии, если один участник иерархической лестницы все средства забрал себе на частные цели, то на общественные цели не пойдет ничего.

При кооперации участники системы больше ресурсов выделяют на общественные цели, чем в случае отсутствия кооперации. Причем это касается как кооперации при иерархии, так и кооперации при равноправии. Кроме того, в случае кооперации при иерархии возможен случай, когда вышестоящим уровням выгодно передавать на общие цели определенную долю ресурсов, зная, что нижестоящий уровень заберет все имеющиеся ресурсы себе. Объяснить это можно тем, что частные интересы нижестоящих уровней также входят в общую целевую функцию вышестоящего уровня.

Литература

1. Тарасенко Л.В., Угольницкий Г.А., Дьяченко В.К. Модели кооперации в системе социального партнерства // Инженерный вестник Дона, 2013, №1 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1555

2. Розин М.Д., Сущий С.Я., Угольницкий Г.А., Антоненко А.В. Дескриптивный подход к моделированию коррупции как фактора социальной конфликтности // Инженерный вестник Дона, 2011, №3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2011/561

3. Gorbaneva O.I., Ougolnitsky G.A. A problem of purpose resource use in two-level control systems // Contributions to game theory and management. SPb.: Sankt-Petersburg State University, 2014. pp. 81-92.

4. Горбанева О.И. Статические модели учета фактора коррупции при распределении ресурсов в трехуровневых системах управления // Управление большими системами. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2013, №42. С. 195-216.

5. Gorbaneva, O.I. and G.A. Ougolnitsky, 2013. Purpose and non-purpose resource use models in two-level control systems. Advances in Systems Science and Applications, 13(14): pp. 379-391.

6. Горбанева О.И., Угольницкий Г.А., Усов А.Б. Модели коррупции в иерархических системах управления // Проблемы управления. 2015. №1. С. 2-10.

7. Germeier, Y. and I.A. Vatel, 1976. Equilibrium situations in games with a hierarchical structure of the vector of criteria. Lecture Notes in Computer Science, 27: pp. 460-465.

8. Бурков В.Н., Опойцев В.И. Метаигровой подход к управлению в иерархических системах // Автоматизация и телемеханика. 1974. №35(1). С. 93-103.

9. Mechanism design and management: mathematical methods for smart organizations / Ed. by Prof. Novikov. N.Y.: Nova Science Publishers, 2013. – P. 314.

10. Горбанева О.И., Угольницкий Г.А. Цена анархии и механизмы управления в моделях согласования общественных и частных интересов // Математическая теория игр и приложения. 2015. №7:1. С. 50-73.

References

1. Tarasenko L.V., Ugol'nitskiy G.A., D'yachenko V.K. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №1 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1555

2. Rozin M.D., Sushchiy S.Ya., Ugol'nitskiy G.A., Antonenko A.V,. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2011, №3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2011/561

3. Gorbaneva O.I., Ougolnitsky G.A. A problem of purpose resource use in two-level control systems. Contributions to game theory and management. SPb.: Sankt-Peterburgskiy gosudarstvennyy universitet, 2014. pp. 81-92.

4. Gorbaneva O.I. Staticheskie modeli ucheta faktora korruptsii pri raspredelenii resursov v trekhurovnevykh sistemakh upravleniya [Static models taking anto account corruption factor under resource allocation in tree-level control systems] Upravlenie bol'shimi sistemami. M.: Institut problem upravleniya im. V.A. Trapeznikova RAN, 2013, №42. pp. 195-216.

5. Gorbaneva O.I., Ougolnitsky G.A. Advances in Systems Science and Applications. 2013. №13, Is. 14. pp. 379-391.

6. Gorbaneva O.I., Ugol'nitskiy G.A., Usov A.B. Problemy upravleniya. 2015. №1. pp. 2-10.

7. Germeier, Y. and I.A. Vatel, 1976. Equilibrium situations in games with a hierarchical structure of the vector of criteria. Lecture Notes in Computer Science, 27: pp. 460-465.

8. Burkov V.N., Opoytsev V.I. Avtomatizatsiya i telemekhanika. 1974. №35(1). pp. 93-103.

9. Mechanism Design and Management: Mathematical Methods for Smart Organizations. Ed. by Prof. Novikov. N.Y.: Nova Science Publishers, 2013. p. 314.

10. Gorbaneva O.I., Ugol'nitskiy G.A. Matematicheskaya teoriya igr i prilozheniya. 2015. №7:1. pp. 50-73.