

## Прямое интегрирование уравнений движения в исследованиях цилиндрических сетчатых покрытий

*А.И. Сиянов, Д.К. Ярошевич*

*Лысьвенский филиал «Пермский национальный исследовательский политехнический университет», г. Лысьва*

**Аннотация:** В статье рассмотрена методика приложения динамических воздействий на цилиндрические сетчатые покрытия. Обоснована необходимость учета колебательных процессов от работающих устройств и в случае механической поломки прикрепленного оборудования. Учтены особенности построения конструкций и расположения статических нагрузок. Приведен конкретный числовой пример в рамках применения прикладного программного обеспечения. Принята рациональная форма сетки с диагональным элементом посередине и получены приемлемые соотношения геометрических параметров. Указаны определяющие математические зависимости и показан процесс моделирования динамической нагрузки. Осуществлено прямое интегрирование уравнений движения. Выявлены закономерности влияния колебательных процессов на работу покрытия и получена наглядная визуализация результатов. Зафиксированы экстремальные значения силовых факторов и параметров деформирования конструкции на заданном интервале времени.

**Ключевые слова:** цилиндрическое сетчатое покрытие, прямое интегрирование уравнений движения, динамическое воздействие, силовой фактор, параметр деформирования.

### Введение

Общепринятая тенденция выполнять расчет цилиндрических сетчатых покрытий с использованием прикладных программных продуктов получила свое развитие еще в прошлом столетии. Разработанные тогда математические аппараты имели громоздкий вид и не всегда позволяли получать точные результаты. Часто применялись приближенные методы и алгоритмы с принятыми предпосылками и упрощениями. Как правило, решались задачи устойчивости [1], и исследовалась работа конструкций в условиях действия возможных статических и динамических нагрузок [2, 3]. Созданные в то время формы сеток [4] отличались архитектурной привлекательностью и, безусловно, радовали заказчика. Но с учетом минимизации затрат [5–7] все они требовали тщательного изучения и проверки на живучесть. В условиях развития компьютерной техники появилась возможность с требуемой точностью рассчитывать покрытия [8] от всех неблагоприятных нагрузок и

---

воздействий. Тем более, если речь идет о динамике, где существуют опасные колебательные процессы. Их влияние зависит от параметров работающих устройств и механической поломки прикрепленного оборудования.

### Постановка задачи

Сегодня разработки современных программных комплексов [9] упростили задачи формообразования и открыли возможность для исследований расчетных схем цилиндрических сетчатых покрытий. Естественно нет необходимости указывать целый ряд различных или похожих по форме многоэлементных сеток. Для наглядности достаточно привести характерный пример и показать особенности использования предложенных модулей. Поэтому в статье на основании созданной методологии изложена методика приложения динамических воздействий на конструкцию с учетом действия статических нагрузок. Все указанные процедуры выполнены средствами прикладного программного обеспечения.

### Основная часть

Путем анализа критериев формообразования и возможных размеров сетчатой поверхности выбрана цилиндрическая оболочка с ранее обоснованными геометрическими параметрами, характеристиками жесткости и граничными условиями [10].

Основу построения составили трубчатые продольные и поперечные ребра с нисходящими диагональными элементами (рис. 1).



Рис. 1 – Фрагмент цилиндрического сетчатого покрытия с сечением стержней из горячекатаных бесшовных труб

Использованы рекомендации по конструированию и получены приемлемые значения длины  $L$ , ширины  $B$ , стрелы подъема  $f$ , радиуса  $R$  кривизны, размер  $l \times h$  ячейки, число панелей  $n$ , граней  $m$  и класс стали для изготовления конструкции (табл. 1).

Таблица 1

Параметры сетчатой поверхности оболочки

$L$ , м	$B$ , м	$f$ , м	$R$ , м	$l$ , м	$h$ , м	$n$	$m$	Сталь
30	24	6,93	13,85	3,75	3,62	8	8	C245

Геометрическая неизменяемость системы обеспечена тем, что конструкция оперта по контуру в каждом узле, причем закреплена шарнирно с полным запрещением перемещений в одной угловой точке и наложением связей по двум направлениям в остальных опорных узлах:

$$Z = 0, X = Y = Z = 0, X = Z = 0. \quad (1)$$

Уравнение движения конечно-элементной модели покрытия представлено в виде [9]:

$$M\ddot{Z}(t) + C\dot{Z}(t) + KZ(t) = f(t). \quad (2)$$

Начальные условия заданы векторами  $Z_0$  и  $\dot{Z}_0$ , свидетельствующими о начальных перемещениях и скоростях.

Интегрирование уравнений движения (2) произведено при начальных условиях:

$$Z(0) = Z_0, \dot{Z}(0) = \dot{Z}_0. \quad (3)$$

Согласно функциональным требованиям динамическая нагрузка приложена к конструкции в виде работы механических устройств и сосредоточена на двух склонах покрытия в виде симметрично приложенных узловых сил на нижнем ребре граней, которые примыкают к граням коньковой зоны. Направление действия выбрано по оси  $Z$ .

Использован синусоидальный закон с амплитудой 3,6 кН, частотой 5

рад и сдвигом фаз  $90^\circ$ . Шаг интегрирования принят 0,01 с, время интегрирования 3 с, время начала и конца воздействия 0 и 1,26 с, количество дроблений шага 10 (рис. 2).

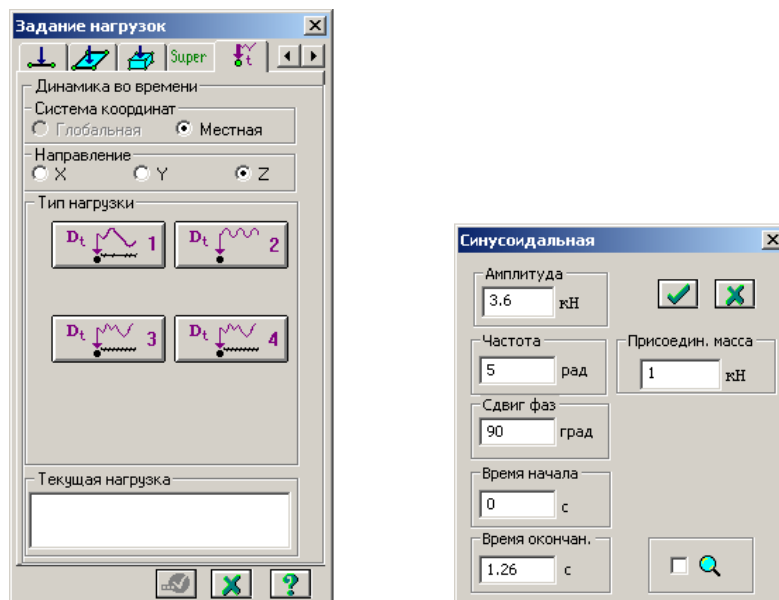


Рис. 2. – Зкладка «Динамика во времени» и тип нагрузки «Синусоидальная» с заданием необходимых параметров

Результат получен в виде графика (рис. 3) путем нажатия в нижнем квадрате диалогового окна «Синусоидальная» с получением знака ✓.

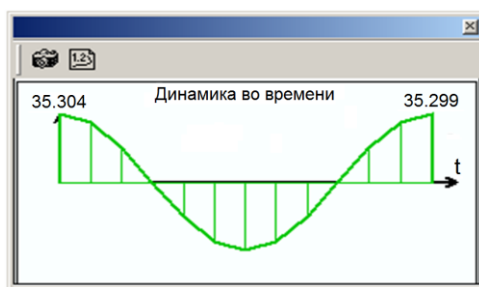


Рис. 3. – Визуализация графика «Динамика во времени» по результатам расчета

Информация о внутренних силовых факторах и параметрах деформирования выведена нажатием на элементы и узлы. Как и ожидалось,

показатели с учетом действия динамической нагрузки получили значительное увеличение. Максимальное усилие в элементе выросло на 18%, причем экстремум (рис. 4) зафиксирован раньше половины заданного временного интервала на склоне с полным запрещением перемещений в угловом опорном узле.

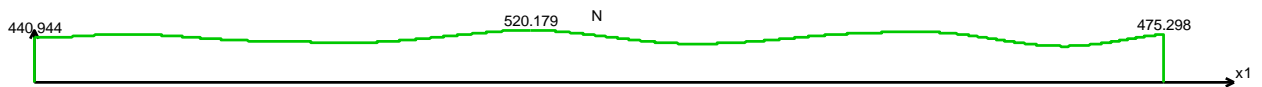


Рис. 4. – График изменения максимального усилия в элементе, выявленного в середине опорного ребра

Интересно отметить, что аналогичная закономерность получена и при изучении процесса деформирования покрытия. В частности, наибольшее перемещение узла определено практически на том же уровне во времени (рис. 5). Однако сравнение с величиной параметра статического расчета показало разницу на 46%.

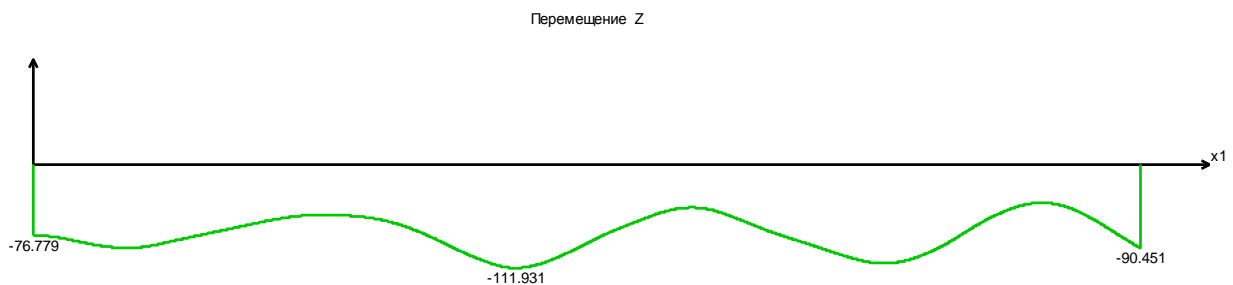


Рис. 5 – График изменения максимального перемещения узла, выявленного в середине нижнего ребра грани, которая примыкала к грани коньковой зоны

Как видно, изменение параметров с учетом действия статических и динамических нагрузок на конструкцию имеет наглядное представление на заданном интервале времени. Представленная визуализация позволяет получить необходимую числовую и графическую информацию. В результате проведенных исследований появляется возможность выявить экстремальные значения и проследить за траекторией движения.

### **Выводы**

1. Отражена методика приложения динамических воздействий на цилиндрические сетчатые покрытия. Учтены особенности построения конструкций и расположения статических нагрузок. Приведен пример в рамках применения прикладного программного обеспечения.

2. Принята рациональная форма сетки и получены приемлемые соотношения геометрических параметров.

3. Указаны определяющие математические зависимости и показан процесс моделирования динамической нагрузки. Осуществлено прямое интегрирование уравнений движения.

4. Выявлены закономерности влияния колебательных процессов на работу покрытия и получена наглядная визуализация результатов.

5. Зафиксированы экстремальные значения силовых факторов и параметров деформирования конструкции на заданном интервале времени.

### **Литература**

1. Zhou H., Zhang Y., Fu F., Wu J. Collapse mechanism of single-layer cylindrical latticed shell under severe earthquake // *Materials*. 2020. Vol. 13 (11). URL: [preprints.org/manuscript/202005.0012/v1](https://preprints.org/manuscript/202005.0012/v1).

2. MERO / ION Orchard // Project Details. MERO ASIA PACIFIC URL: [mero.com.sg/project\\_references/ion-orchard](https://mero.com.sg/project_references/ion-orchard).

3. Ma H., Fan F., Wen P., Zhang H., Shen S. Experimental and numerical studies on a single-layer cylindrical reticulated shell with semi-rigid joints // *Thin-Walled Structures*. 2015. Vol. 86. Pp. 1–9.

4. Rynkovskaya M., Simo D. Cylindrical surfaces for social significant architectural projects in Cameroon // 3rd International Scientific Conference “MoNGeometrija 2012”. pp. 487-498.

5. Шумейко В.И., Кудинов О.А. Об особенностях проектирования уникальных, большепролетных и высотных зданий и сооружений // Инженерный вестник Дона, 2013, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2164](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2164).

6. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Аарон Икуру Годфрей. Прочностной расчет блока составной конструкции из шестиугольной пластины, круговой цилиндрической оболочки и отбортовки // Инженерный вестник Дона, 2013, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1667](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1667).

7. Siyanov A.I., Rynkovskaya M.I., Abu Mahadi M.I., Mathieu G.O. Improving the performance parameters of metal cylindrical grid shell structures // Journal of Fundamental and Applied Sciences. 2017. №7S. pp. 365-376.

8. Great Court at the British Museum // Foster and Partners, 2000. URL: [fosterandpartners.com/projects/great-court-at-the-british-museum/](http://fosterandpartners.com/projects/great-court-at-the-british-museum/).

9. «Стеклянная кора» – оболочка покрытия концертного зала в парке «Зарядье». URL: [liraserv.com/services/objects/474/](http://liraserv.com/services/objects/474/).

10. Сиянов А.И., Ярошевич Д.К. Обоснование методологии расчета цилиндрической сетчатой оболочки // Инженерный вестник Дона, 2021, №12. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2021/7319](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2021/7319).

### References

1. Zhou H., Zhang Y., Fu F., Wu J. Materials. 2020. Volume. 13 (11). URL: [preprints.org/manuscript/202005.0012/v1](http://preprints.org/manuscript/202005.0012/v1).

2. MERO / ION Orchard [Project Details. MERO ASIA PACIFIC]. URL: [mero.com.sg/project\\_references/ion-orchard](http://mero.com.sg/project_references/ion-orchard) (accessed 03/01/23).

3. Ma H., Fan F., Wen P., Zhang H., Shen S. Thin-Walled Structures. 2015. Vol. 86. pp. 1-9.

4. Rynkovskaya M., Simo D. Cylindrical surfaces for social significant architectural projects in Cameroon “3rd International Scientific Conference”: (Proc. Conference “MoNGeometrija 2012”), 2012, pp. 487-498.



5. Shumeyko V.I., Kudinov O.A. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2164](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2164).
6. Krasnobaev I.A., Mayatskaya I.A., Aaron Ikuru Godfrey. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1667](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1667).
7. Siyanov A. I., Rynkovskaya M. I., Abu Mahadi M. I., Mathieu G. O. Journal of Fundamental and Applied Sciences. 2017. №7S. pp. 365-376.
8. Great Court at the British Museum [Foster and Partners]. URL: [fosterandpartners.com/projects/great-court-at-the-british-museum/](http://fosterandpartners.com/projects/great-court-at-the-british-museum/) (accessed 03/01/23).
9. «Steklyannaya kora» – obolochka pokrytiya kontsertnogo zala v parke «Zaryad'e». ["Glass Bark" - the cover of the concert hall in Zaryadye Park]. URL: [liraserv.com/services/objects/474/](http://liraserv.com/services/objects/474/) (accessed 03/01/23).
10. Siyanov A.I., Yaroshevich D.K. Inzhenernyj vestnik Dona, 2021, №12. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2021/7319](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2021/7319).