Стратификация смазочного материала в радиальных подшипниках скольжения

М.А. Мукутадзе

Ростовский государственный университет путей сообщения

Аннотация: В работе на основе системы уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости с учетом зависимости вязкости и проницаемости пористого слоя от давления, для случая «тонкого слоя», уравнений неразрывности и уравнений Дарси, приводится автомодельное решение с использованием функций тока стратифицированного течения смазочного материала в радиальных подшипниках. Предложенные здесь расчетные модели в отличие от существующих с двухслойной стратификацией, дополнительно усложнена наличием анизотропного пористого покрытия на адаптированной к условиям трения опорной поверхности подшипниковой втулки и зависимостью вязкости смазочного материала от давления. Получено аналитическое выражение позволяющее, получить описание стратифицированных двухслойной жидких смазочных материалов и график зависимости влияния структурного параметра и вязкостного отношения стратифицированных слоев на основные эксплуатационные характеристики подшипника. численный анализ зависимостей параметров пластичности и несущей способности подшипника с двойным смазочным слоем.

Ключевые слова: двухслойная смазка, поддерживающая сила, адаптированный профиль, стратифицированное течение, демпфирующие свойства, зависимость вязкости от давления.

Известно, что, при наличии в жидком смазочном материале осадка из частиц присадок или продуктов износа, а также в результате пристеночной адсорбции и хемосорбции на металлических поверхностях контактирующих поверхностей подшипника происходит расслоение смазочных материалов на слои с различными вязкостными свойствами. Течение вязкого стратифицированного несжимаемого смазочного материала в зазоре упорного и радиального подшипников рассматривалось в работах [1-6]. Существенным недостатком этих работ является то, что в расчетной модели не учитывается зависимость вязкости от давления. При больших значениях давления в смазочном слое вязкость смазочного материала существенно возрастает и возникает необходимость учета зависимости вязкости от давления [7-15].

Рассматривается установившееся течение двухслойной вязкой несжимаемой жидкости в зазоре радиального подшипника бесконечной длины с круговой опорной поверхностью. Подшипниковая втулка неподвижна, а вал вращается с угловой скоростью Ω. Поверхность вала имеет пористое покрытие, сообщающее демпфирующие свойства узлу трения. Зависимость вязкости от давления, а также проницаемости пористого покрытия от давления выражается следующими экспоненциальными зависимостями:

$$\mu_i' = \mu_{0i} e^{\alpha^* p'}, \quad k' = k_0 e^{\alpha^* p'}. \qquad (1)$$

Здесь μ_{0i} – характерные вязкости в смазочных слоях; k_0 – характерная проницаемость пористого слоя; α^* – экспериментальная постоянная.

В полярной системе координат, полюс которой расположен в центре вала, уравнения контуров вала, границы раздела слоев и контура подшипника запишутся в следующем виде (рис. 1):

$$r' = r_0 + H, \; r' = r_0 + H + \delta\alpha + \alpha e \cos\theta,$$
$$r' = r_2 + e\cos\theta, \; \alpha \in [0,1], \; \delta = r_2 - r_0 - H, \qquad (2)$$

где $r_0 + H$ – радиус вала с пористым слоем на его рабочей поверхности; H – толщина пористого слоя; e – эксцентриситет; r_2 – радиус втулки; $r_0 + H + \delta\alpha$ – радиус границы радиальных слоев.

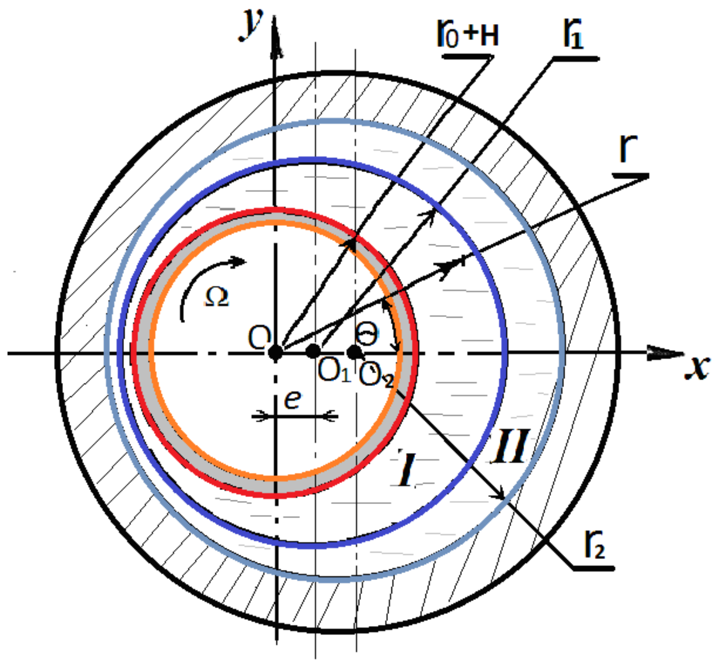

Рис. 1. Расчетная схема

Исходные уравнения и граничные условия

В качестве основных зависимостей выбираем безразмерную систему уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости с учетом зависимости вязкости от давления для случая «тонкого слоя», уравнение неразрывности и уравнение Дарси, причем учитывается зависимость проницаемости пористого слоя от давления

$$\frac{\partial^2 \upsilon_i}{\partial r^2} = e^{-\tilde{\alpha} p} \Lambda_i \frac{dp}{d\theta}, \quad \frac{\partial u_i}{\partial r} + \frac{\partial \upsilon_i}{\partial \theta} = 0 \;\; (i = 1,2), \quad \frac{\partial^2 P}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*}\frac{\partial P}{\partial r^*} + \frac{\partial^2 P}{r^2 \partial \theta^2} + \frac{\tilde{\alpha}}{r^{*2}}\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right)^2 = 0. \qquad (3)$$

Здесь в смазочном слое размерные величины $r', \upsilon_i', u_i', p', \mu_i'$ связаны со стандартизированными $r, \upsilon_i, u_i, p, \mu_i$ следующими соотношениями:

$$r' = r_0 + H + \delta r, \;\; \upsilon_i' = \Omega r_0 \upsilon_i, \;\; u_i' = \Omega \delta u_i, \;\; p' = p_g p. \qquad (4)$$

Для слоя пористого материала переход к стандартизированным переменным осуществляется по формулам

$$r' = (r_0 + H) r^*, \;\; k' = k_0 k, \;\; P' = p_g \cdot P. \qquad (5)$$

Здесь u_i', υ_i' – компоненты вектора скорости смазки; p' – гидродинамическое давление, возникающее в смазочных слоях; p_g – характерное давление; k' – проницаемость пористого слоя; P' –

гидродинамическое давление в пористом слое; Ω – угловая скорость вращения вала; функция $\Lambda_i = \dfrac{\delta^2 p_g}{\mu_i \Omega (r_0 + H)^2}$.

Решение системы уравнений (7.5.3) будем искать при классических граничных условиях:

$$\upsilon_1\big|_{r=0} = 1,\ u_1\big|_{r=0} = -N\frac{\partial P}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=1},\quad u_2 = 0,\ \upsilon_2 = 0 \text{ при } r = h(\theta);$$

$$p = P\big|_{r^*=1},\quad p(0) = p(2\pi) = 1,\ u_1 = u_2,\ \upsilon_1 = \upsilon_2,$$

$$u_i\big/\upsilon_i = \alpha h'(\theta) \text{ при } r = \alpha h(\theta);\quad \frac{\partial \upsilon_1}{\partial r} = \frac{\mu_{02}}{\mu_{01}}\frac{\partial \upsilon_2}{\partial r} \text{ при } r = \alpha h(\theta);$$

$$\frac{\partial P}{\partial r^*} = 0 \text{ при } r^* = \frac{r_0}{r_0 + H},\quad N = \frac{k_0 p_g}{\mu_{01}\Omega\delta(r_0 + H)}. \tag{6}$$

Точное автомодельное решение

Точное автомодельное решение системы (3), удовлетворяющее граничным условиям (6), будем искать в виде

$$u_i = \frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} + U_i(r,\theta),\ \upsilon_i = \frac{\partial \psi_i}{\partial r} + V_i(r_1,\theta),$$

$$\psi_i = \tilde{\psi}_i(\xi),\quad \psi_2 = \tilde{\tilde{\psi}}_2(\xi),\ U_1 = \tilde{u}(\xi)\eta\sin\theta,$$

$$U_1 = \tilde{\upsilon}(\xi), U_2 = \tilde{\tilde{u}}(\xi)\eta\sin\theta,\ V_2 = \tilde{\tilde{\upsilon}}(\xi),\ \xi = \frac{r}{h},$$

$$\frac{\Lambda_1}{e^{\alpha p}}\frac{dp}{d\theta} = \frac{\tilde{c}_1}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{c}_2}{h^3(\theta)},\quad \frac{\Lambda_2}{e^{\alpha p}}\frac{dp}{d\theta} = \frac{\tilde{\tilde{c}}_1}{h^2(0)} + \frac{\tilde{\tilde{c}}_2}{h^3(0)},$$

где $\tilde{c}_1 = \dfrac{\mu_{02}}{\mu_{01}}\tilde{\tilde{c}}_1,\ \tilde{c}_2 = \dfrac{\mu_{02}}{\mu_{01}}\tilde{\tilde{c}}_2.$ (7)

Подставляя (7) в (3) и (6), получим

$$\tilde{\psi}_1''' = \tilde{c}_2,\ \tilde{\tilde{\psi}}''' = \tilde{\tilde{c}}_2,\ \tilde{u}' + \xi\tilde{\upsilon}' = 0,\ \tilde{\upsilon}'' = \tilde{c}_1,\ \tilde{\tilde{\upsilon}}'' = \tilde{\tilde{c}}_1,\ \tilde{\tilde{u}}' + \xi\tilde{\tilde{\upsilon}}' = 0,$$

$$\tilde{u}(\alpha) = \tilde{\tilde{u}}(\alpha),\ \tilde{\upsilon}(\alpha) = \tilde{\tilde{\upsilon}}(\alpha),\ \tilde{\psi}'(\alpha) = \tilde{\tilde{\psi}}'(\alpha), \tag{8}$$

$$\tilde{u}_1(0) = \frac{-N}{r_0 + H},\ \tilde{\upsilon}(0) =,\ \tilde{\psi}'(0) = 0,\ \tilde{\tilde{u}}(1) = 0,\ \tilde{\tilde{\upsilon}}(1) = 0,$$

$$\tilde{\psi}(1)=0,\ \int_0^\alpha \tilde{\upsilon}(\xi)d\xi+\int_\alpha^1 \tilde{\tilde{\upsilon}}(\xi)d\xi=\beta^*=-N\frac{\partial P}{\partial y^*}\Big|_{y^*=1},$$

$$\tilde{\upsilon}'(\alpha)=\frac{\mu_{02}}{\mu_{01}}\tilde{\tilde{\upsilon}}'(\alpha),\ \tilde{\psi}''(\alpha)=\frac{\mu_{02}}{\mu_{01}}\alpha\tilde{\tilde{\psi}}''(\alpha). \qquad (9)$$

Решение задачи (8) и (9) можно записать в виде

$$\tilde{\psi}'=\tilde{c}_2\frac{\xi^2}{2}+c_2\xi+c_3,\ \tilde{\upsilon}(\xi)=\tilde{c}_1\frac{\xi^2}{2}+c_6\xi+c_7,$$

$$\tilde{\tilde{\psi}}'=\tilde{\tilde{c}}_2\frac{\xi^2}{2}+c_4\xi+c_5,\ \tilde{\tilde{\upsilon}}(\xi)=\tilde{\tilde{c}}_1\frac{\xi^2}{2}+c_8\xi+c_9,$$

$$\tilde{u}(\xi)=-\tilde{c}_1\frac{\xi^3}{3}-c_6\frac{\xi^2}{2}+c_{10},\ \tilde{\tilde{u}}(\xi)=-\tilde{\tilde{c}}_1\frac{\xi^3}{3}-c_8\frac{\xi^2}{2}+c_{11},$$

$$\Lambda_1 e^{\tilde{\alpha}p}=\Lambda_1 e^{\tilde{\alpha}}-\tilde{\alpha}[J_2(\theta)\tilde{c}_1+J_3(\theta)\tilde{c}_2],$$

$$\Lambda_2 e^{\tilde{\tilde{\alpha}}p}=\Lambda_2 e^{\tilde{\tilde{\alpha}}}-\tilde{\tilde{\alpha}}[J_2(\theta)\tilde{\tilde{c}}_1+J_3(\theta)\tilde{\tilde{c}}_2]. \qquad (10)$$

Определение гидродинамического давления

С точностью до членов $0\left(\eta^2\right),\ 0\left(\tilde{\alpha}^2\right)$ для определения гидродинамического давления в смазочном слое приходим к уравнению

$$\tilde{\alpha}p^2-2p+2-\tilde{\alpha}+\frac{2}{\Lambda_1}\left(\tilde{c}_1J_2(\theta)+\tilde{c}_2J_3(\theta)\right)=0. \qquad (11)$$

Решая это уравнение в принятом нами приближении, для p окончательно получим следующее выражение:

$$p=1+\left(1+\frac{\tilde{\alpha}}{2}\right)\frac{\tilde{c}_1}{\Lambda_1}\eta\sin\theta \ \text{ или } \ p=1+\left(1+\frac{\tilde{\tilde{\alpha}}}{2}\right)\frac{\tilde{\tilde{c}}_1}{\Lambda_2}\eta\sin\theta. \qquad (12)$$

Для определение гидродинамического давления в пористом слое будем искать решение уравнения Дарси (полного уравнения системы (3) с учетом (12) в виде

$$P=1+R(r^*)\left[\left(1+\frac{\tilde{\alpha}}{2}\right)\frac{\tilde{c}_1}{\Lambda_1}\eta\sin\theta\right]. \qquad (13)$$

Тогда для $R(r^*)$ получим следующее уравнение:

$$R'' + \frac{R'}{r^*} - \frac{R}{r^{*2}} = 0,\ R(1) = 1,\ R'\left(\frac{r_0}{r_0 + H}\right) = 0. \tag{14}$$

После двукратного интегрирования для $R(r^*)$ окончательно получим выражение

$$R = \frac{r^*}{1 + \left(\frac{r_0}{r_0 + H}\right)^2} + \frac{\left(\frac{r_0}{r_0 + H}\right)^2}{r^*\left(1 + \frac{r_0}{r_0 + H}\right)^2}. \tag{15}$$

Используя граничные условия (9), а также (15) для определения постоянных интервалов, входящих в выражения (10), и констант $\tilde{c}_1, \tilde{\tilde{c}}_1, \tilde{c}_2, \tilde{\tilde{c}}_2$, приходим к следующей алгебраической системе 14 уравнений с 14 неизвестными:

$$c_7 = 1,\ c_{10} = \beta^* = -NR'(1),\ c_3 = 0,$$

$$-\frac{\tilde{\tilde{c}}_3}{3} - \frac{c_8}{2} + c_{11} = 0,\ \frac{\tilde{\tilde{c}}_1}{2} + c_8 + c_9 = 0,\ \frac{\tilde{\tilde{c}}_2}{2} + c_4 + c_5 = 0,$$

$$\tilde{c}_1 = \frac{\mu_{02}}{\mu_{01}}\tilde{\tilde{c}}_1,\ \ \tilde{c}_2 = \frac{\mu_{02}}{\mu_{01}}\tilde{\tilde{c}}_2,\ \ \tilde{c}_1 + \tilde{c}_2 = 0,$$

$$\frac{\tilde{c}_1\alpha^3}{6} + \frac{c_6\alpha^2}{2} + c_7\alpha - \tilde{\tilde{c}}_1\frac{\alpha^3}{6} - c_8\frac{\alpha^2}{2} - c_9\alpha + \tilde{\tilde{c}}_1\frac{1}{6} + c_8\frac{1}{2} + c_9 = J^{3*},$$

$$\frac{\tilde{c}_2}{2}\alpha^2 + c_2\alpha + c_3 - \frac{\tilde{\tilde{c}}_2}{2}\alpha^2 - c_4\alpha + c_5 = 0,$$

$$\tilde{c}_1\alpha + c_6 = \frac{\mu_{02}}{\mu_{01}}\left[\tilde{\tilde{c}}_1\alpha + c_8\right],\ \frac{\tilde{c}_1}{2}\alpha^2 + c_6\alpha + c_7 - \frac{\tilde{\tilde{c}}_1}{2}\alpha^2 - c_8\alpha + c_9 = 0,$$

$$\tilde{c}_2\alpha + c_2\frac{\mu_{02}}{\mu_{01}}\left[\tilde{\tilde{c}}_2\alpha + c_4\right]. \tag{16}$$

Решение системы (16) сводится к решению матричного уравнения

$$M\vec{x} = \vec{b}, \tag{17}$$

где $\bar{x} = \left\{\tilde{\tilde{c}}_1; c_4; c_5; c_8; c_9\right\}$, $\bar{b} = \left\{0, 0, -6\alpha, 0, -2\right\}$,

$$M=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 2 & 2\\ k\alpha^3-\alpha^3+1+6\beta^* & 0 & 0 & 3k\alpha^2-3\alpha+3 & 6-6\alpha\\ -(k-1)\alpha^2 & 2\alpha(k-1) & -2 & 0 & 0\\ (k-1)\alpha^2 & 0 & 0 & 2\alpha(k-1) & -2 \end{pmatrix}.$$

Решая матричное уравнение (17), будем иметь

$$\tilde{c}_1=\frac{6\left(-\alpha^2+1+k\alpha^2\right)}{\Delta},\ c_8=\frac{-4\left(k\alpha^3-\alpha^3-3\beta^*+1\right)}{\Delta},\ c_4=\frac{3\left(-\alpha^2+1+k\alpha^2\right)^2}{\Delta\left(-\alpha+1+k\alpha\right)},$$

$$c_9=\frac{3\alpha^2+1-3k\alpha^2+4k\alpha^3-4\alpha^3-12\beta^*}{\Delta},\ c_5=\frac{-3\left(-\alpha^2+1+k\alpha^2\right)\alpha\left(1-k-\alpha+\alpha k\right)}{\Delta\left(-\alpha+1+k\alpha\right)},$$

$$\Delta=1-4\alpha+6\alpha^2-6k\alpha^2+4k\alpha^3-4\alpha^3-12\beta^*-2k\alpha^4+k^2\alpha^4+4\alpha k+12\beta^*\alpha+\alpha^4-12\beta^*\alpha k.$$

С точностью до членов $0(\eta^2),0(\tilde{\alpha}^2)$ для определения гидродинамического давления приходим к следующему уравнению:

$$\tilde{\alpha}p^2-2p+2-\tilde{\alpha}+\frac{2}{\Lambda_1}\left(\tilde{c}_1J_2(\theta)+\tilde{c}_2J_3(\theta)\right)=0.$$

Решая это уравнение в принятом нами приближении, получим следующее выражение для p:

$$P=1+\left(1+\frac{\tilde{\alpha}}{2}\right)\frac{1}{\Lambda_1}\left(\tilde{c}_1J_2(\theta)+\tilde{c}_2J_3(\theta)\right),\ \ \tilde{c}_2=-\tilde{c}_1,$$

или

$$p=1+\left(1+\frac{\tilde{\alpha}}{2}\right)\frac{1}{\Lambda_2}\left(\tilde{c}_1J_2(\theta)+\tilde{c}_2J_3(\theta)\right),\ \tilde{c}_2=-\tilde{c}_1. \qquad (18)$$

Воздействие смазки на вал

Равнодействующая гидродинамических сил, возникающих в смазочном слое, приведена к центру вала O. Компоненты главного вектора этих сил, отнесенные к единице длины вала и главного момента, запишем в следующей форме:

$$R_x=r_0\int_0^{2\pi}\left(P_{rr}\cos\theta-P_{r\theta}\sin\theta\right)d\theta,\qquad R_y=r_0\int_0^{2\pi}\left(P_{rr}\sin\theta+P_{r\theta}\cos\theta\right)d\theta,$$

$$L_{\text{тр}} = r_0^2 \int_0^{2\pi} P_{r\theta} d\theta. \tag{19}$$

Значения P_{rr} и $P_{r\theta}$ берутся на поверхности вала, т. е. при $r = r_0$

$$P_{rr}\Big|_{r=r_0} = \left(-P_1 + 2\mu_1 \frac{\partial v_{r_1}}{\partial r}\right)_{r=r_0}, \quad P_{r\theta}\Big|_{r=r_0} = \mu_1 \left(\frac{\partial v_{r_1}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{\theta_1}}{\partial r} - \frac{v_{\theta_1}}{r}\right)_{r=r_0}.$$

$$R_y = p_g r_0 \int_0^{2\pi} p \sin\theta d\theta = -\frac{p_g r_0 \tilde{c}_1}{2\Lambda_1}\left(1 + \frac{\tilde{\alpha}}{2}\right),$$

$$L_{\text{тр}} = \frac{r_0^2 \mu}{\delta} + \Omega r_0 \int_0^{2\pi} \left(\frac{\tilde{\psi}''(0)}{h^2} + \frac{\tilde{\upsilon}'(0)}{h}\right) e^{\alpha p} d\theta. \tag{20}$$

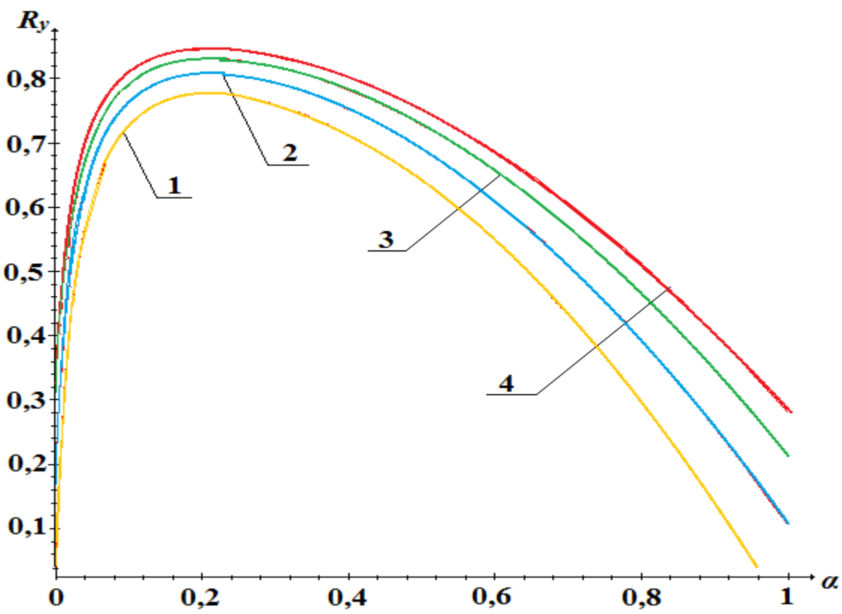

Рис. 2. Зависимость безразмерной поддерживающей силы R_y от структурного параметра α: *1* – $\frac{k_2}{k_1} = 1$; *2* – $\frac{k_2}{k_1} = 1{,}1$; *3* – $\frac{k_2}{k_1} = 1{,}2$; *4* – $\frac{k_2}{k_1} = 1{,}3$

Итоги численного анализа аналитических выражений (20) для основных эксплуатационных характеристик показывают:

- описание стратифицированных двухслойной жидких смазочных материалов, приводит к необходимости изучения влияния структурного параметра α и вязкостного отношения k на основные эксплуатационные характеристики подшипника, прежде всего на поддерживающую силу и силу трения;

- поддерживающая сила R_y существенно зависит от параметра α и вязкостных отношений $\frac{k_2}{k_1}$.

Литература

1 Ахвердиев, К.С. Гидродинамический расчёт подшипников скольжения с использованием моделей слоистого течения вязкой и вязкопластичной смазки // Трение и износ, 1998. Т. 16, № 6. С. 698–707.

2 Ахвердиев, К.С. Математическая модель стратифицированного течения смазки в зазоре радиального мегаллополимерного подшипника скольжения // Проблемы машиностроения и надежности машин. РАН. – М.: Наука, 1999, № 3. С. 93–101.

3. Семенко, И.С. Гидродинамический расчет упорного подшипника на вязкоупругой смазке при наличии пористого слоя на одной из сопряженных поверхностей / И.С. Семенко, Е.Е. Александрова // Тр. ВНПК «Транспорт-2009». Ростов н/Д: РГУПС, 2009. Ч. 2. С. 271–272.

4. Прокопьев, В.Н. Динамика ротора на подшипниках с двумя и тремя смазочными слоями / В.Н. Прокопьев, В.Г. Караваев, Е.А. Задорожная и др.// Труды международного научного симпозиума «Гидродинамическая теория смазки – 120 лет». Орел. 2006. С. 436–446.

5. Gear, Charles William, and C. William Gear. *Numerical initial value problems in ordinary differential equations*. Vol. 59. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1971. 253 p.

6. Reynolds, O. (1886). On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. *Proceedings of the Royal Society of London*, *40*(242-245), Pp.191-203.

7. Александрова, Е.Е. Стратифицированное течение трехслойной смазки в зазоре упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами // Труды РГУПС, 2011. № 1 (15). С. 14–21.

8. Ахвердиев, К.С. Разработка расчетной модели с учетом зависимости вязкости и проницаемости пористого слоя от давления трехслойной смазки упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2014, №3. С.10-16.

9. Эркенов, А.Ч. Расчетная модель двухслойного пористого подшипника конечной длины с учетом анизотропии пористых слоев и нелинейных факторов // Вестник ДГТУ, 2014. Т.14. № 1(76). С. 191-199.

10. Ахвердиев, К.С. Расчетная модель с учетом зависимости вязкости от давления двухслойной гидродинамической смазки радиального подшипника с круговой опорной поверхностью // Изв. выс. учеб. зав. Сев.-Кав. регион. 2014, № 1. С. 71-74.

11. Мукутадзе, М.А. Расчетная модель с учетом зависимости вязкости и проницаемости пористого слоя от давления трехслойной гидродинамической смазки радиального подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойства //Инженерный вестник Дона, 2014, №2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2014/2324.

12. Мукутадзе, М.А. Расчетная модель гидродинамической смазки неоднородного пористого подшипника конечной длины, работающего в устойчивом нестационарном режиме трения при наличии принудительной подачи смазки //Инженерный вестник Дона, 2013, №3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1765.

13. Ахвердиев, К.С. Разработка расчетной модели с учетом зависимости вязкости от давления двухслойной гидродинамической смазки упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами // Тр. VII Всерос. конф. по механике деформируемого твердого тела – Ростов н/Д : ЮФУ. НИИМиПМ им. И.И. Воровича, ЮНЦ РАН, 2013, Т. 1. С. 32–35.

14. Ахвердиев, К.С. Расчетная модель с учетом зависимости вязкости и проницаемости от давления двухслойной смазки радиального подшипника, обладающего повышенной несущей // III Международная научно-практическая конференции Наука в современном информационном обществе: Noth Charleston, USA – 2014 г. С. 92 – 98.

15 Ахвердиев, К.С. Математическая модель двухслойной гидродинамической смазки упорного подшипника // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете: Тез. докл. VIII Всерос. шк. - сем. 27–31 мая 2013, пос. Дивноморск. – Ростов н/Д, 2013. С. 13.

References

1 Ahverdiev, K.S. Trenie i iznos. 1998. V. 16, № 6. pp. 698–707.

2 Ahverdiev, K.S. Problemy mashinostroenija i nadezhnosti mashin. RAN. M.: Nauka, 1999. № 3. pp. 93–101.

3. Semenko, I.S. Tr. VNPK «Transport-2009». Rostov n/D : RGUPS, 2009. P. 2. pp. 271–272.

4. Prokop'ev, V.N. Trudy mezhdunarodnogo nauchnogo simpoziuma «Gidrodinamicheskaja teorija smazki – 120 let». Orel. 2006. pp. 436–446.

5. Gear, Charles William, and C. William Gear. *Numerical initial value problems in ordinary differential equations*. Vol. 59. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1971. 253 p.

6. Reynolds, O. (1886). On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. *Proceedings of the Royal Society of London*, *40* (242-245), pp.191-203.

7. Aleksandrova, E.E. Trudy RGUPS, 2011. № 1 (15). pp. 14–21.

8. Ahverdiev, K.S. Trenie i smazka v mashinah i mehanizmah. 2014. №3. pp.10-16.

9. Jerkenov, A.Ch. Vestnik DGTU. 2014. V.14. № 1(76). pp. 191-199.

10 Ahverdiev, K.S. Izv. vys. ucheb. zav. Sev.-Kav. region. 2014. № 1. pp. 71-74.

11. Mukutadze, M.A. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2014, №2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2014/2324.

12. Mukutadze, M.A. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2013, № 3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1765.

13. Ahverdiev, K.S. Tr. VII Vseros. konf. po mehanike deformiruemogo tverdogo tela – Rostov n/D : JuFU. NIIMiPM im. I.I. Vorovicha, JuNC RAN, 2013. V. 1. pp. 32–35.

14. Ahverdiev, K.S. III Mezhdunarodnaja nauchno-prakticheskaja konferencii Nauka v sovremennom informacionnom obshhestve: Noth Charleston, USA. 2014. pp. 92 – 98.

15. Ahverdiev, K.S. Matematicheskoe modelirovanie i biomehanika v sovremennom universitete: Tez. dokl. VIII Vseros. shk.-sem. 27–31 maja 2013, pos. Divnomorsk. Rostov n/D, 2013. pp. 13.