

## Определение нижней доверительной границы для твердости совокупности деталей машин расчетным методом

*В.Е. Касьянов, Е.Е. Косенко, В.В. Косенко, Р.В. Хван*

*Донской государственный технический университет*

**Аннотация:** Разработан алгоритм определения нижней доверительной границы (НДГ) для минимального значения твердости совокупности деталей машин расчетным методом. Для обработки статистических данных измерений твердости использован трехпараметрический закон Вейбулла. Переход от выборочных данных к данным совокупности осуществлен графическим методом. Согласно алгоритму, найдена НДГ для минимального значения твердости при доверительных вероятностях  $p=0,9; 0,92; 0,93; 0,94$ .

**Ключевые слова:** твердость, детали машин, выборка, совокупность, нижняя доверительная граница, графический метод, расчетный метод.

Определение нижней доверительной границы (НДГ) необходимо [1], т.к. в условиях производства машин в России обычно выпуском одной и той же детали (узла) машины занимаются, примерно, один-два завода.

Если данный завод производит в год одну тысячу деталей (определенного вида), то примерно за 8-10 лет (если сохраняются неизменной конструкция, размеры и технология изготовления) будет выпущено 8000-10000 деталей (узлов), образующих совокупность конечного объема.

Если определять твердость (прочность) для совокупности по выборке (типовой случай испытаний в эксплуатации  $n = 20-50$  деталей), то необходимо иметь информацию по  $m = 10\ 000: 20 = 500$  выборок [2].

Получить такую информацию нереально.

При этом какие результаты по минимальной прочности будут получены для машин данного завода предположить невозможно.

Поэтому необходимо иметь (разработать) алгоритм определения НДГ для минимального значения твердости, который предусматривает переход от реальной выборки, например, 20 единиц (графическим методом) к одной

---

генеральной совокупности конечного объема размером 10 тыс. единиц (рис.1) [3].

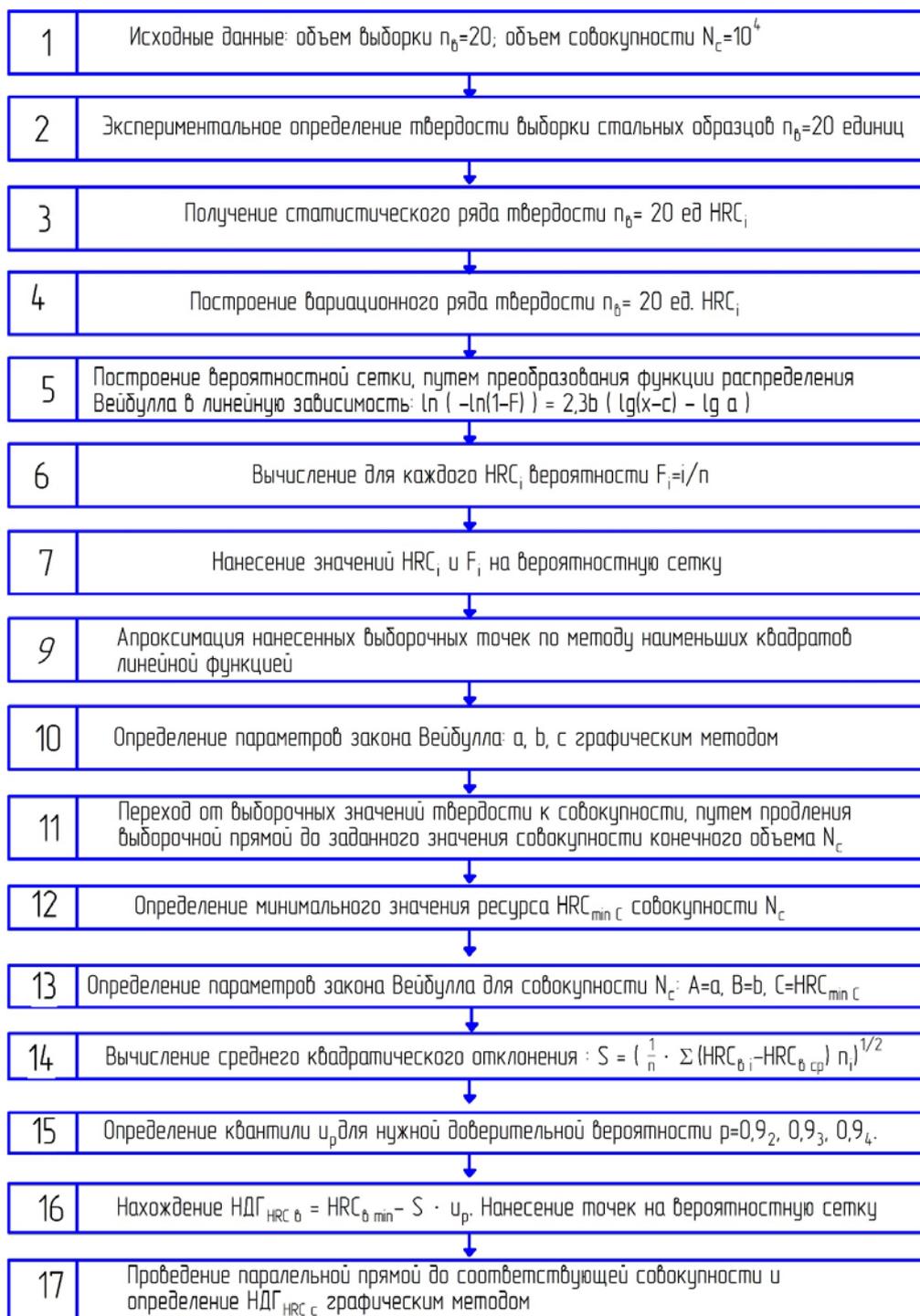


Рис. 1 – Алгоритм определения НДГ для минимальной твердости совокупности расчетным методом.

При обеспечении заданного ресурса деталей машин необходимо иметь опытные (статистические) данные распределения их прочностных характеристик, подобные методы использовали различные авторы [4, 5]. Важной характеристикой для деталей машин является их твердость [6,7].

Для замеров твердости сформирована выборка из двадцати образцов стали Ст3 ( $n = 20$ ). Измерения твердости проводились с помощью твердомера. Полученные данные ранжированы и занесены в таблицу MS Excel (рис. 2).

№ испытания	Твердость, НВ	Вариационный ряд
1	121	120
2	138	120
3	127	121
4	120	122
5	120	123
6	125	124
7	135	125
8	132	126
9	130	127
10	143	130
11	133	132
12	147	133
13	148	135
14	141	138
15	123	139
16	150	141
17	126	143
18	122	147
19	124	148
20	139	150

Рис. 2. Результаты измерения твердости деталей в MS Excel

При обработке данных измерений твердости, подчиняющихся закону распределения Вейбулла с тремя параметрами, использован графический метод. Вероятностная сетка построена таким образом, чтобы график функции распределения твердости представлял собой прямую линию. В блоке 5 алгоритма (рис. 1) использована формула  $\ln[-\ln(1-F)] = 2,3 b (\lg(x-c) - \lg a)$ . По оси абсцисс откладываются значения переменной «х»

(твёрдость деталей) в логарифмических координатах, а по оси ординат значения функции распределения  $F$  (рис. 3) [8].

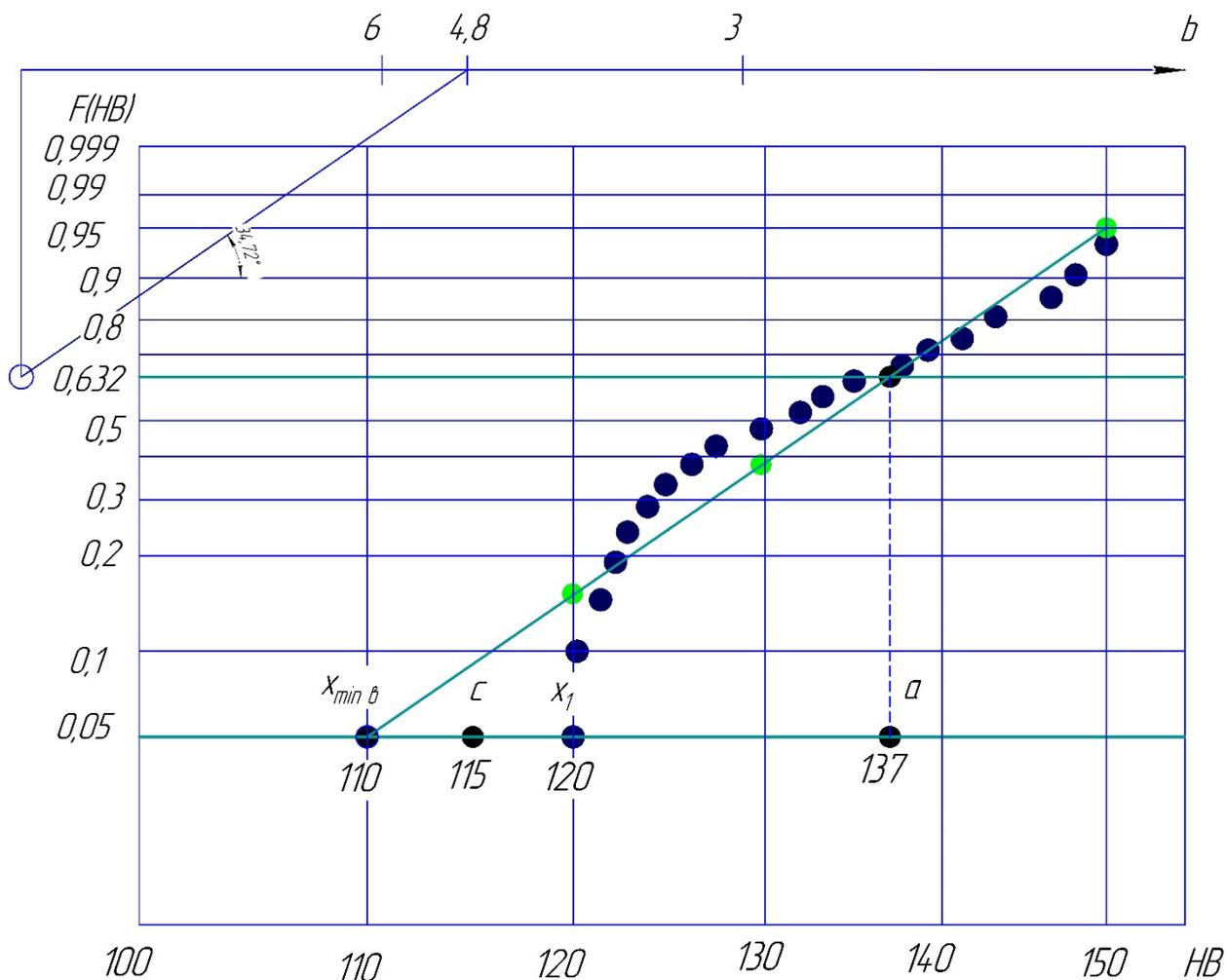


Рис. 3 – Вероятностная сетка распределения твердости для выборки

Определены параметры распределения: параметр масштаба  $a$ , параметр формы  $b$ , параметр сдвига « $c$ » и минимальное значение твердости для  $F(x_1) = 0,05$  ( $n=20$ ) по выборочным данным  $X_{\min b} = 110$ , которое на 8,3 % меньше, чем первое значение вариационного ряда  $x_1 = 120$ .

Аппроксимация экспериментальных данных произведена по методу наименьших квадратов линейной функцией с последующей экстраполяцией [9], до уровня  $N_c = 104$ . Таким образом, по эмпирическим точкам построена линейная функция распределения твердости (рис.3, рис.4).

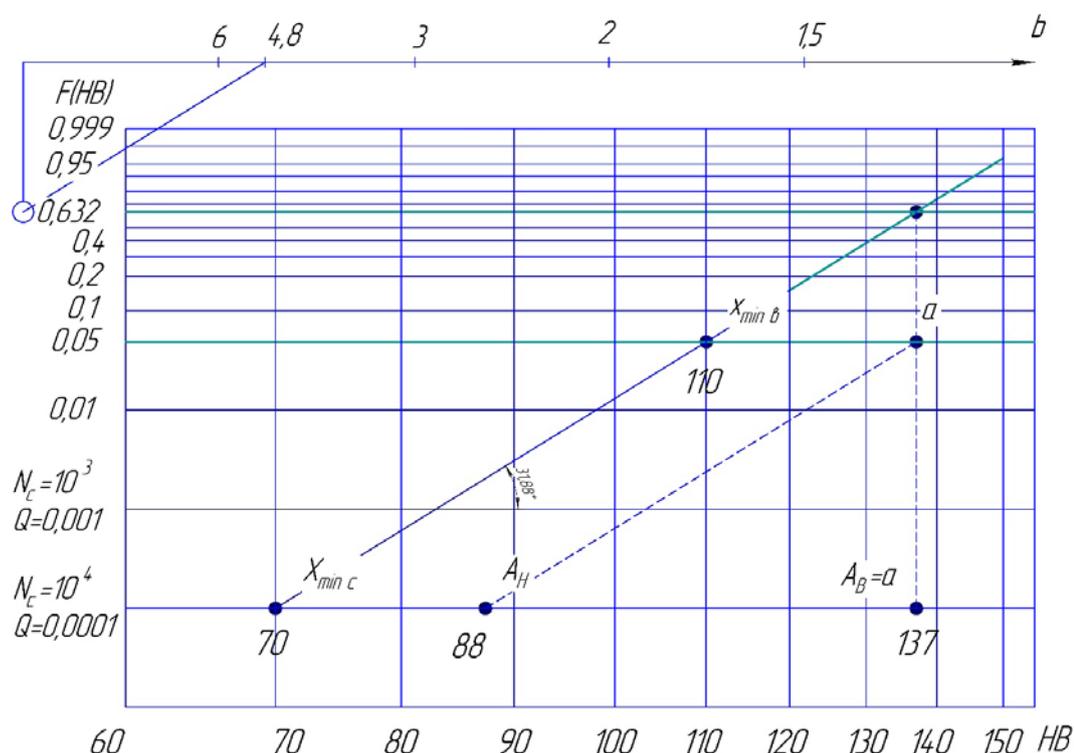


Рис. 4 – Вероятностная сетка распределения твердости для совокупности

Для совокупности конечного объема, например,  $N_c = 104$  параметры трехпараметрического закона Вейбулла определялись графическим методом с помощью предварительно полученной выборки  $n_b = 20$ ;  $b=B$ ;  $C=X_{min}$ , так как меньшие значения  $X_{min}$  в совокупности быть не может.

Некоторая сложность возникла при определении параметра масштаба  $A$  для совокупности. Оказалось, что  $X_{min}$  может быть определен в двух вариантах: с помощью наклонной прямой или вертикальной прямой из точки  $a$ . Тогда, используя формулу:  $X_{min} = C + A \cdot \sqrt{(B \cdot \ln P)}$ , найдены значения  $X_{min}$  наклонной прямой с использованием параметра масштаба  $A_H = 88$  HB.  $X_{min} = 70 + 88 \cdot \sqrt{(4,8 \cdot \ln 0,9999)} = 83$  HB; для вертикальной прямой с использованием параметра масштаба  $A_B = 137$  HB.

$$X_{min} = 70 + 137 \cdot \sqrt{(4,8 \cdot \ln 0,9999)} = 90 \text{ HB.}$$

Таким образом, полученные результаты для  $X_{min}$  – это 83 HB и 90 HB, т.е. они отличаются на 8%.

Такое сравнительно небольшое расхождение позволяет использовать как одно, так и другое значение.

Графический переход от выборочных данных к совокупности [10], произведен на той же вероятностной сетке, но с расширенной шкалой по оси абсцисс (рис. 5). Шкалы для выборки  $n = 20$  и для совокупности, например, для  $N_c = 104$  одинаковы.

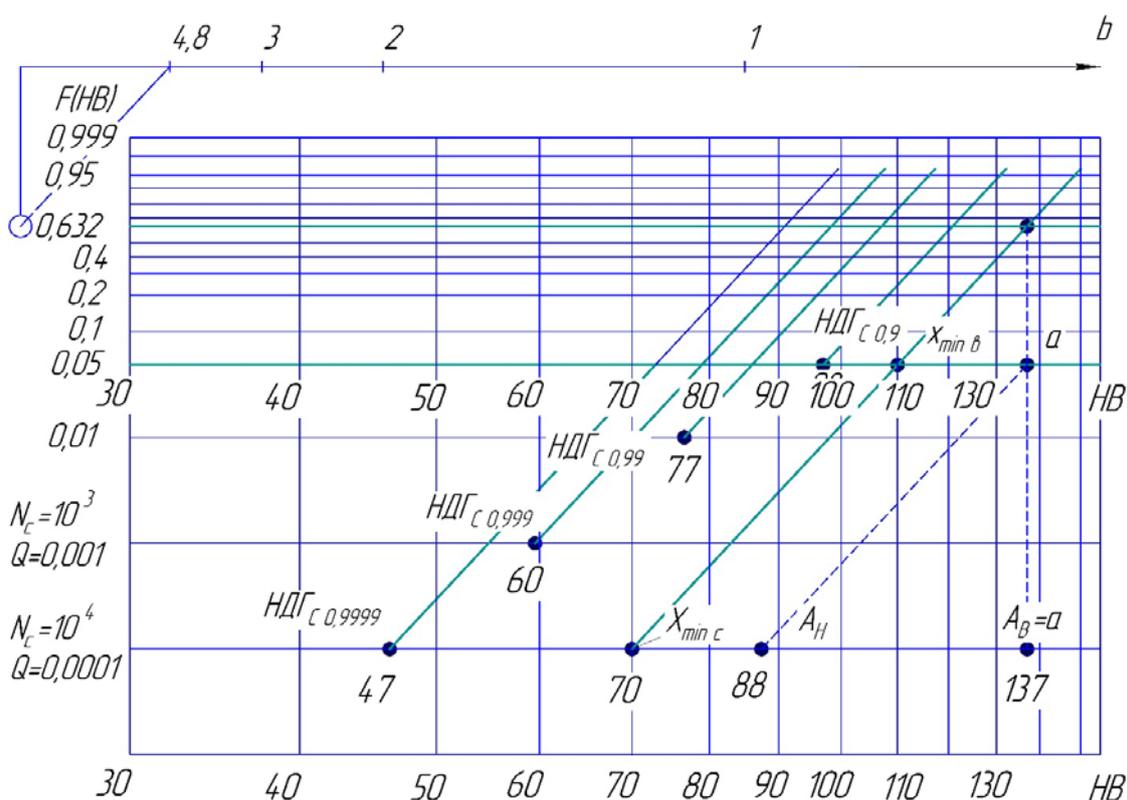


Рис. 5 – Вероятностная сетка с НДГ для совокупности

Следуя алгоритму (рис.1, блок 9-11) найдено среднеквадратическое отклонение  $S = \sqrt{((\sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x})]^2) / (n-1))} = 9,93 \approx 10 \text{ НВ}$ .

Далее по таблицам [1] определены квантили распределения  $u_p$  для доверительных вероятностей  $p = 0,9; 0,92; 0,93; 0,94$ :  $u_{0,9} = 1,3$ ;  $u_{0,99} = 2,4$ ;  $u_{0,999} = 3,1$ ;  $u_{0,9999} = 3,7$  и подставлены в формулу  $[(\text{НДГ})]_c = X_{\min} \square_{\text{в}} - S \cdot u_p$  для определения НДГ соответствующей совокупности:

$$\text{НДГ}_{0,9} = 110 \text{ НВ} - 10 \cdot 1,2 = 98 \text{ НВ}; \text{НДГ}_{0,99} = 110 \text{ НВ} - 10 \cdot 2,4 = 86 \text{ НВ};$$

$НДГ_{0,999} = 110 \text{ НВ} - 10 \cdot 3,1 = 79 \text{ НВ}$ ;  $НДГ_{0,9999} = 110 \text{ НВ} - 10 \cdot 3,7 = 73 \text{ НВ}$ .

После чего расчетные значения НДГ нанесены на выборочную шкалу вероятностной сетки и продлены до соответствующей совокупности. Значения НДГ совокупностей, полученные графическим методом, занесены в табл. 1.

P	0,9	0,99	0,999	0,9999
НДГ, НВ	98	77	60	47

Табл. 1 – Зависимость НДГ для минимального значения совокупности от значений доверительной вероятности

P	0,9	0,99	0,999	0,9999
НДГ, НВ	98	77	60	47

По табличным значениям построен график (рис. 6).

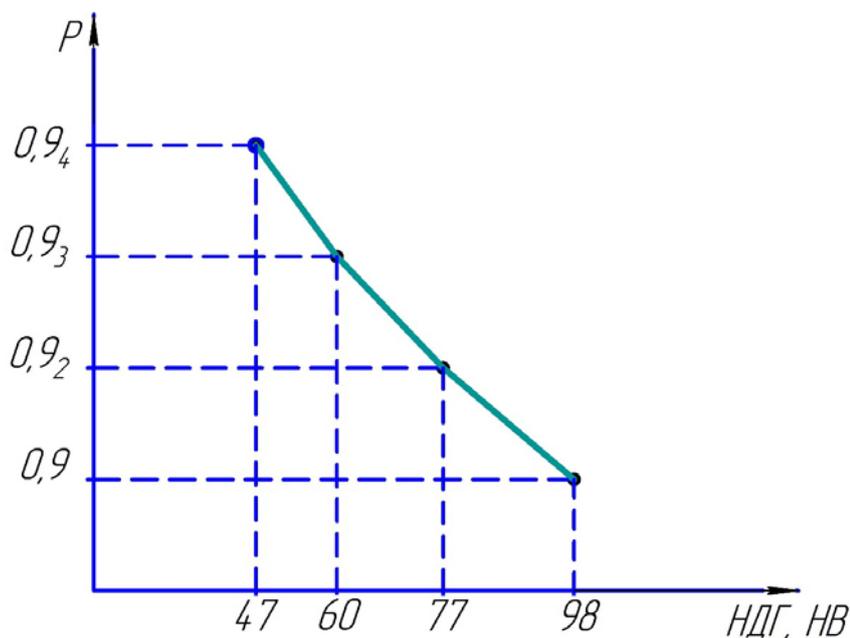


Рис. 6 – Зависимость НДГ для минимального значения совокупности от значений доверительной вероятности

Следовательно,  $НДГ = 47 \text{ НВ}$  для минимального значения  $X_{\min}$  с вероятности  $P = 0,9999$  совокупности  $N_c = 104$ .

### Литература

1. Серенсен С.В., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М. Несущая способность и расчет деталей машин на прочность. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.
2. Марковец М.П. Определение механических свойств металлов по твердости. – М.: Машиностроение, 1979. – 191 с.
3. Касьянов В.Е., Роговенко Т.Н., Щулькин Л.П. Основы теории и практики создания надежных машин // Вестник машиностроения. 2003. № 10. С. 3.
4. Сакович Н.Е., Случевский А.М., Беззуб Ю.В. Повышение надежности и безопасности транспортных и грузоподъемных машин // Вестник Брянского государственного технического университета. 2014. № 1 (41). С. 51-57.
5. Шиловский В.Н., Питухин А.В., Костюкевич В.М., Гольштейн Г.Ю. Прогнозирование надежности машин по результатам незавершенных испытаний // Фундаментальные исследования. 2015. № 2-16. С. 3513-3517.
6. Труханов В.М., Кухтик М.П. Диагностические методы расчета проектной надежности и безопасности дорогостоящих технических систем // Контроль. Диагностика. 2018. № 8. С.30-33.
7. Труханов В.М. Расчет проектной надежности технических систем по постепенным отказам // Контроль. Диагностика. 2015. № 1. С. 70-72.
8. Гусев А.С., Щербаков В.И., Стародубцева С.А., Гребенкина М.И. Расчет прочностной надежности и усталостной долговечности элементов конструкций мобильных машин, нагруженных случайными изгибающими и крутящими моментами // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2013. Т. 1. № 2 (16). С. 54-57.

9. Капуста П.П. Принципы обеспечения надежности ресурсного проектирования несущих систем мобильных машин // Грузовик. 2013. № 3. С. 22-31.

10. Апатенко А.С., Погорелов А.А. Оценка влияния показателей надежности на эффективность работы технологических машин // Природообустройство. 2008. № 3. С. 88-90.

### References

1. Serensen S.V., Kogaev V.P., Shnejderovich R.M. Nesuŝaja sposobnost' i raschet detalej mashin na prochnost' [The bearing ability and calculation of details of cars on durability]. M.: Mashinostroenye, 1975. 448 p.
2. Markovets M. P. Opredelenie mekhanicheskich svojstv metallov po tverdosti [Determination of mechanical properties of metals by hardness]. M.: Mashinostroenye, 1979. 191 p.
3. Kasyanov V.E., Rogovenko T.N., Ŝul'kin L.P. Vestnik mashinostroenya. 2003. № 10. P. 3.
4. Sakovich N.E., Sluchevskij A.M., Bezzub Y.V. Vestnik Bruanskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta. 2014. № 1 (41). pp. 51-57.
5. Shilovskij V.N., Pituhin A.V., Kostuykevich V.M., Golyshtejn G.Y. Fundamentalnie issledovania. 2015. № 2-16. pp. 3513-3517.
6. Truhanov V.M., Kuhtik M.P. Kontrol'. Diagnostika. 2018. № 8. pp. 30-33.
7. Truhanov V.M. Kontrol'. Diagnostika. 2015. № 1. pp. 70-72.
8. Gusev A.S., Sherbakov V.I., Starodubtseva S.A., Grebenkina M.I., Ivestia Moskovskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta MAMI. 2013. T. 1. № 2 (16). pp. 54-57.
9. Kapusta P.P. Grusovik. 2013. № 3. pp. 22-31.
10. Apatnko A.S., Pogorelov A.A. Prirodoobustrojstvo. 2008. № 3. pp. 88-90.