СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ШАХТНОЙ ВЕНТИЛЯЦИИ С ДИНАМИЧЕСКИМ РЕГУЛЯТОРОМ

© 2007 г. М.П. Шестаков, М.Н. Кузнецов
Южно-Российский государственный
технический университет (НПИ), Новочеркасск

Применение систем управления проветриванием должно обеспечивать повышение безопасности ведения горных работ, создание нормальных климатических условий труда для горнорабочих, снижение энергетических затрат на проветривание, сокращение простоев оборудования вследствие превышения допустимых норм запыленности. Для обеспечения этих требований необходимо поддержание объекта в состоянии, определяемом множеством векторов $\{Q_i, a_j, H_B, Q_B\}$, где Q_i – количество воздуха в i-й горной выработке, a_j – концентрация пыли в j-й лаве, H_B – общешахтная депрессия, Q_B – общешахтный расход воздуха. Исходя из соблюдения требований энергозатрат на проветривание [1], предложена модель:

$$P = \sum_{i=1}^{N} R_i Q_i \to \min$$

при наличии ограничений: $Q_{i,\ min} \quad Q_i \quad Q_{i,\ max}$, $i = \overline{1,N}$; $H_{B,\ min} \quad H_B \quad H_{B,\ max}$;

$0 \quad a_j \quad a_{j,\ доп}$, $j = \overline{1,J}$; $Q_{B,\ min} \quad Q_B \quad Q_{B,\ max}$.

Внедрение новых элементов АСУ ТП шахты ведет к изменениям в структуре управления и функций. Учитывая эти требования и непрерывность управляемых процессов, модель должна обеспечивать устойчивое и надежное управление расходом воздуха. Данная модель для управления проветриванием не решает задачи стабилизации параметров воздухораспределением.

Основные законы Кирхгофа сохранения масс и неразрывности потоков (давление вдоль замкнутого контура шахтной вентиляционной сети (ШВС) равно сумме падений давлений в ветвях и напоров вентиляторов, находящихся в контуре, а также неразрывность потока воздуха в узле):

$$\sum_{i \in M_k} R_i(t) \cdot Q_i^2(t) \cdot sign\{Q_i(t)\} = H_k\,,\ \sum_i Q_i(t) = 0\,,$$

где M_k – множество индексов ветвей, входящих в k-й контур; H_k – депрессия, развиваемая вентиляторов в k-ом контуре.

Решение этих уравнений применяется при анализе и синтезе АСУ ТП, где топологическая структура считается детерминированной и неизменной. Уравнения имеют смысл, когда известны все ветви с ненулевым расходом воздуха. В реальных условиях невозможно учесть все пути расхода воздуха, в силу этого уравнения не являются замкнутыми. Учет особенностей физических процессов в реальных ШВС приводит к необходимости рассматривать систему уравнений, как нестационарные, нелинейные, стохастические. Выполнение оперативного управления воздухораспределением на основе матриц взаимовлияния опирается на критерий оптимальности:

$$|\Phi| = \left\{ 1 / \sum_{i=1} \left[(1 - Q_i) / Q_i^* \right]^2 \right\} 1/2$$

где Q_i – реальный, а Q_i* – требуемый расход воздуха в i-ой горной выработке. Здесь не используется сетевая модель воздухораспределения, что существенно повышает его быстродействие. Недостатком является линейный характер эмпирической матрицы взаимосвязанности и неизученность вопроса об оперативной адаптации ее при неконтролируемых изменениях аэродинамических сопротивлений R_i и депрессий вентилятора главного проветривания (ВГП).

Существует алгоритм диспетчерского управления воздухораспределением по коэффициентам обеспеченности $K_{об} = Q_i/Q_i$*. Критерий оптимальности приводится к виду предыдущего уравнения. Без модели воздухораспределения, можно добиться результата, опираясь на оперативные данные от датчиков, реализуя обратную связь по отклонениям. Недостатком является увеличение времени обработки требуемого воэдухораспределения. Созданные эмпирические зависимости повышают быстродействие системы, избежав многократного решения сетевой задачи. Но эмпирические зависимости линейны и имеют локальный характер, что снижает их точность.

Пространственная распределённость ШВС приводит к тому, что адекватное описание процессов распределения воздуха в ней требует применения дифференциальных уравнений в частных производных и граничных условий, которые в полном объеме и составить не удается, не говоря уже о том, чтобы их оперативно решать на управляющей ЭВМ. Дифференциальные уравнения представляют интерес для решения задач анализа и синтеза систем управления воздухораспределением.

Оптимальные по минимуму времени переходных процессов алгоритмы управления основаны на методах фазового пространства и позволяют определить значения производных $Q/\ \ t$, при которых переходные процессы на участке заканчиваются за минимальное время. В реальных условиях оцениваются производные с большой погрешностью, в то время как методы фазового пространства весьма чувствительны к параметрам модели и точности оценок [2].

Рассмотрим теперь задачу синтеза линейной системы с многомерным объектом, на примере схем проветривания негазовых угольных шахт Ростовской области, управления и регулятором, описываемым системой линейных дифференциальных уравнений.

Проблеме синтеза простых динамических регуляторов в линейной системы с многомерным объектом управления посвящены, в частности, работы [8-12, 14-16] В них сравнение сложности регуляторов основано на сопоставлении их порядков.

В настоящей статье постановка задачи синтеза простых динамических регуляторов в линейной системе с многомерным объектом управления распространена на случай минимально-факторного правила сравнения их сложности.

Постановка задачи

Будем исходить из следующих предположений. Объект управления и регулятор описывается соответственно уравнениями:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \ \ v = Vx, \tag{1}$$

$$\dot{z} = Rz - Lv, \ \ u = R_u z - L_u v. \tag{2}$$

где x - n-мерный вектор состояния, u- p -мерный вектор управления, v- q-мерный вектор наблюдаемых величин, v- q-мерный вектор переменных состояния регулятора, A, B, V, L, R, R_u, L_u - постоянные матрицы соответствующих размерностей.

Структура и параметры регулятора должны быть выбраны так, чтобы коэффициенты (корни) характеристического полинома $h(s)$ синтезируемой системы (2.25), (2.26) приняли допустимое значение, что опишем условием

$$h(s) \in \vartheta, \tag{3}$$

где ϑ - множество допустимых характеристических полиномов, s -оператор Лапласа. Передаточные матрицы объекта управления и Регулятора имеют вид [7]

$$V_{vu}(s) = a^{-1}(s)V(s), L_{uv}(s) = r^{-1}(s)L(s),$$

где $a(s)$, $r(s)$ – характеристические полиномы объекта и регулятора, а $V(s)$, $L(s)$ – полиномиальные матрицы, определяемые выражениями:

$$a(s) = \det(sE_n - A), r(s) = \det(sE_m - R),$$

$$V(s) = Vadj(sE_n - A)B, L(s) = R_u adj(aE_m - R)L + L_u r(s)$$

Здесь $\det(\cdot)$ - определитель, $\mathrm{adj}(\cdot)$ - присоединенная матрица [13, 3, с. 32], E_n, E_m- единичные соответственно $n \times n$ и $m \times m$ матрицы.

Будем полагать, что назначены предельно допустимые значения индексов передаточных функций, составляющих передаточную матрицу регулятора $L_{uv}(s)$ то есть, заданы условия

$$\deg(l_{ij}(s) - \deg(r(s)) \le \mu_{ij}, i = 1,2,..., p; j = 1,2,..., q; \quad (4)$$

где μ_{ij} – допустимое значение индекса для *i,j*-го элемента $L_{uv}(s)$.

Вектором решения рассматриваемой задачи является вектор k, составленный из коэффициентов передаточной матрицы регулятора, т.е. из коэффициентов полиномов $r(s)$, $l_{ij}(s)$.

Набор S номеров активных координат вектора решения k определяет конкретный вариант структуры регулятора рассматриваемого типа.

Определим множества всех неизбыточных структур регуляторов рассматриваемого класса.

Условия допустимости структуры регулятора

Условие допустимости структуры S есть условие существования вектора k со структурой S, определяющего коэффициенты полинома *h(s),* Удовлетворяющего требованиям (3) и (4).

Конкретизируем условие (3). С этой целью воспользуемся полиномиальным представлением *h(s)* в случае наличия p управлений и q обратных связей [7]:

$$h(s) = a(s)r(s) + \sum_{\mu=1,...,\min(p,q) \alpha_\mu \in \theta_q^\mu \beta_\mu \in \theta_p^\mu} v_{\alpha\mu,\beta\mu}(s) l_{\beta\mu,\alpha\mu}(s), \quad (5)$$

где $\theta_q^\mu, \theta_p^\mu$- сочетания соответственно из q и p по μ; $v_{\alpha\mu,\beta\mu}(s) l_{\beta\mu,\beta\mu}(s)$-полиномы, определяемые по формулам

$v_{\alpha\mu,\beta\mu}(s) = a^{1-\mu}(s) V[\alpha_\mu \mid \beta_\mu], l_{\beta\mu,\alpha\mu}(s) = r^{1-\mu}(s) L[\beta_\mu \mid \alpha_\mu]$,в которых $V[\alpha_\mu \mid \beta_\mu]$ и $L[\beta_\mu \mid \alpha_\mu]$ - миноры μ-го порядка матриц $V(s)$ и $L(s)$ соответственно, α_μ и - β_μ перечни строк и столбцов матриц $V(s)$ и $L(s)$, из которых составлен минор.

Приравняв в уравнении (5) коэффициенты при одинаковых степенях оператора s, получим систему в общем случае нелинейных алгебраических уравнений

$$h=f(k), \tag{6}$$

где k – по-прежнему вектор коэффициентов искомых полиномов $r(s)$, $l_{ij}(s)$, h – вектор коэффициентов полинома $h(s)$, а $f(k)$ – вектор функция, i – я компонента которой определяет значение i-го коэффициента полинома $h(s)$. Если вариант структуры регулятора S задан, то к системе (6) добавляются требования равенства нулю координат вектора k, не вошедших в множество S. В результате для заданного S из (6) получаем систему уравнений

$$f(k_S)=h, \tag{7}$$

где k_S-вектор неизвестных, составленный из координат вектора k с номерами из S.

С учетом (7) условие (3) можно представить системой равенств

$$f(k_S)=h^*, \tag{8}$$

либо системой неравенств

$$h^- \le f(k_S) \le h^+, \tag{9}$$

где h^* – вектор коэффициентов полинома $h(s)$, определяющий желаемое значение последнего, h^-, h^+ – векторы, определяющие допустимые значения вектора h, и, следовательно, допустимые значения полинома $h(s)$.

Обратим внимание на то, что в случае использования только одной координаты управляющего воздействия u_i (p=1) и произвольного числа обратных связей по наблюдаемым переменным $v_1, v_2, ..., v_q, q \ge 1$ выражение (5) переходит в равенство

$$\begin{aligned} h(s) &= a(s)r(s)+v_{1i}(s)l_{i1}(s)+ \\ &+v_{2i}(s)l_{i2}(s)+\ldots+v_{qi}(s)l_{ip}(s), \end{aligned} \tag{10}$$

при этом

$$V_{vu}(s)=[v_{1i}(s)...v_{qi}(s)]^T/a(s),$$

$$L_{uv}(s)=[l_{i1}(s)...l_{ip}(s)]/r(s).$$

Привлекательная особенность уравнения (10) состоит в том, что оно эквивалентно системе линейных алгебраических уравнений, связывающих коэффициенты синтезируемого полинома $h(s)$ с коэффициентами искомых полиномов $r(s), l_{ij}(s)$. Данный факт продемонстрирован и использовался для построения методов синтеза систем управления в работах [4-7], а также в предшествующем разделе данной работы применительно к синтезу систем со скалярным управлением.

В случае использования одной обратной связи (q=1) по наблюдаемой переменной v_j и произвольного числа управляющих воздействий $(u_1, u_2, ..., u_p)(p \geq 1)$ имеем:

$$V_{vu}(s) = [v_{j1}(s)...v_{jq}(s)]^T / a(s), L_{uv}(s) == [l_{1j}(s)...l_{pj}(s)] / r(s).$$

Выражение (5) переходит в равенство

$$h(s) = a(s)r(s) + v_{j1}(s)l_{1j}(s) + +v_{j2}(s)l_{2j}(s) + ... + v_{jq}(s)l_{qj}(s),$$

также сводимое к системе линейных алгебраических уравнений, связывающих коэффициенты синтезируемого полинома $h(s)$ с коэффициентами искомых полиномов $r(s)$, $l_{ji}(s)$.

В общем случае, когда $p \geq 2$ и $q \geq 2$, связь искомых коэффициентов полиномов $r(s)$, $l_{ji}(s)$ с коэффициентами синтезируемого полинома $h(s)$,как уже отмечалось, может оказаться нелинейной. Действительно [7, с.27], пусть число управляемых величин p=2, а наблюдаемых величин q=3,т.е.

$$V_{vu}(s) = a^{-1}(s)\begin{bmatrix} v_{11}(s) & v_{12}(s) \\ v_{21}(s) & v_{22}(s) \\ v_{31}(s) & v_{32}(s) \end{bmatrix}; \qquad L_{uv}(s) = r^{-1}(s)\begin{bmatrix} l_{11}(s) & l_{21}(s) \\ l_{12}(s) & l_{22}(s) \\ l_{13}(s) & l_{23}(s) \end{bmatrix}^T.$$

Множество всех полиномов $l_{\beta\mu,\alpha\mu}(s)$ и $v_{\alpha\mu,\beta\mu}(s)$ для μ=1 есть соответственно

$$\{l_{11}(s), l_{12}(s), l_{13}(s), l_{21}(s), l_{22}(s), l_{23}(s)\}$$

и

$$\{v_{11}(s), v_{21}(s), v_{31}(s), v_{12}(s), v_{22}(s), v_{32}(s)\},$$

а полиномы $l_{\beta\mu,\alpha\mu}(s)$ и $v_{\alpha\mu,\beta\mu}(s)$ для μ=2 есть

$$v_{\alpha\mu,\beta\mu}(s) = v_{(ij),(1,2)}(s) = a^{-1}(s)\det\begin{bmatrix} v_{i1}(s) & v_{i2}(s) \\ v_{j1}(s) & v_{j2}(s) \end{bmatrix},$$

$$l_{\beta\mu,\alpha\mu}(s) = l_{(12),(ij)}(s) = r^{-1}(s)\det\begin{bmatrix} l_{1i}(s) & l_{1j}(s) \\ l_{2i}(s) & l_{2j}(s) \end{bmatrix},$$

где i=1,2,j=2,3,i<j.

В результате (5) получаем:

$$\begin{aligned} h(s) &= a(s)r(s) + v_{11}(s)l_{11}(s) + v_{12}(s)l_{21}(s) + v_{21}(s)l_{12}(s) + \\ &+ v_{22}(s)l_{22}(s) + v_{31}(s)l_{13}(s) + v_{32}(s)l_{23}(s) + \\ &+ v_{(12)(12)}(s)l_{(12)(12)}(s) + v_{(13)(12)}(s)l_{(12)(13)}(s) + v_{(23)(12)}(s)l_{(12)(23)}(s), \end{aligned} \tag{11}$$

Для линейности уравнения (11) относительно неизвестных r(s), $l_{ji}(s)$ необходимо и достаточно потребовать равенства нулю слагаемого

$$\begin{aligned} &v_{(12)(12)}(s)l_{(12)(12)}(s) + v_{(13)(12)}(s)l_{(12)(13)}(s) + \\ &+ v_{(23)(12)}(s)l_{(12)(23)}(s) = \sum_{\alpha_2 \in \theta_q^2 \beta^2 \in \theta_p^2} v_{\alpha 2,\beta 2}(s) l_{\beta 2,\alpha 2}(s) \end{aligned} \tag{12}$$

в которое входят нелинейные члены - парные произведения искомых полиномов $l_{ji}(s)$.В общем случае $\mu \geq 2$ для линейности уравнения (5), и, следовательно, для линейности соотношений (8), (9) необходимо и достаточно потребовать

$$\sum_{\mu=2,\ldots,\min(p,q)\alpha_\mu \in \theta_q^\mu \beta_\mu \in \theta_p^\mu} v_{\alpha\mu,\beta\mu}(s) l_{\beta\mu,\alpha\mu}(s) = 0, \tag{13}$$

что эквивалентно условию $l_{\beta\mu,\alpha\mu}(s) = 0$, если $\mu \geq 2$, $v_{\alpha\mu,\beta\mu}(s) \neq 0$, или учитывая $a(s) \neq 0, r(s) \neq 0$ условию

$$L[\beta_\mu \mid \alpha_\mu] = 0, \text{если } \mu \geq 2 \text{ и } V[\alpha_\mu \mid \beta_\mu] \neq 0.$$

Следовательно, для структур, удовлетворяющих условию (13), ограничения (8), (9), регламентирующее значения коэффициентов характеристического полинома $h(s)$, описываются линейными соотношениями. Для всех остальных структур ограничения (8), (9) оказываются нелинейными.

Таким образом, показано, что рассматриваемая задача поиска множества простых структур динамических регуляторов линейной системы с многомерным объектом управления, сводится к поиску множества, удовлетворяющего определению (1.2), в котором условие допустимости структур конкретизируется соотношениями (4), (8) либо (4), (9), причем для некоторых структур условия допустимости (8) и (9) описываются линейными соотношениями.

В результате можно утверждать, что с учетом принятой нами терминологии рассматриваемая задача сведена к задаче поиска простых структур с избирательно линейными ограничениями.

Заключительные замечания

Из вышеизложенного можно сделать следующие выводы. В случае векторного управления, также как и в случае скалярного управления, использование традиционных подходов к синтезу линейных систем управления не гарантирует получение регуляторов с неизбыточной структурой. Это определяет целесообразность учета в математической постановке таких задач требования исключения структурной избыточности получаемых решений.

Предлагаемая система понятий и их математических определений может быть эффективно использована для формализации задач синтеза регуляторов с неизбыточной структурой в линейной многомерной системе с векторным управлением. Такие системы имеются в схемах проветривания негазовых угольных шахт Ростовской области.

Задачи синтеза простых структур регуляторов для линейных систем с векторным управлением в результате проведенной формализации сведены: в случае статического регулятора, шахта работает в нормальном режиме проветривания - к задаче поиска простых структур с линейными и квадратичными ограничениями, в случае динамического регулятора, когда имеются отклонения от нормального режима в аварийной ситуауции, т.е. пожара на шахте, завала горной выработки, когда требуется срочное принятие решений для спасения людей - к задаче поиска простых структур с избирательно линейными ограничениями.

Литература

1. *Цой С., Рязанцев Г.К.* Принцип минимума и оптимальная политика управления вентиляционными и гидравлическими сетями. Алма-Ата: Наука, 1968. – 258 с.
2. *Пучков Л.А., Бахвалов Л.А.* Методы и алгоритмы автоматического управления проветриванием угольных шахт. М.: Недра, 1992.– 399 с.
3. *Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А.* Матрицы и вычисления. М., Наука, 1984. – 320 с.
4. *Волгин Л.Н.* Оптимальное дискретное управление динамическими системами. М., Наука, 1986. – 240 с.

5. *Гайдук А.Р.* Аналитический синтез автоматических систем с управлением по состоянию и воздействиям. // Изв. вузов. Электромеханика. – 1982. № 5, - С. 555-563.
6. *Гайдук А.Р.* Выбор обратных связей в системе управления минимальной сложности // Автоматика и телемеханика. – 1990. - № 5, - С. 29-37.
7. *Гайдук А.Р.* Об управлении многомерными объектами // Автоматика и телемеханика. – 1998. № 12, - С. 22-37.
8. *Домбровский В.В.* Динамические регуляторы пониженного порядка для детерминированных и стохастических систем // Автоматика и телемеханика. – 1991. - № 11. – С. 87-95.
9. *Домбровский В.В.* Понижение порядка систем оценивания и управления. Томск: Изд-во Томск. Ун-та, 1994.
10. *Домбровский В.В.* Синтез оптимальных динамических регуляторов пониженного порядка для нестационарных линейных дискретных стохастических систем // Автоматика и телемеханика. – 1996. № 4, С. 78-86.
11. *Домбровский В.В.* Синтез динамических регуляторов пониженного порядка при H^{∞} ограничениях // Автоматика и телемеханика. – 1996. № 11, С. 10-16.
12. *Киселев О.Н., Поляк Б.Т.* Синтез регуляторов низкого порядка по критерию H^{∞} и по критерию максимально робастности // Автоматика и телемеханика. – 1999. № 3, С. 119-130.
13. *Маркус М., Минк Х.* Обзор по теории матриц и матричных неравенств . – М., Наука, 1972.
14. *Anderson B.D.O., Lin Y.* Controller reduction: concepts and approaches // IEEE Trans. Automat Control. 1989. V. AC-34. No. 8. P. 802-812.
15. *Mustafa D., Glover K.* Controller reduction by H^{∞} balanced truncation // IEEE Trans. Automat Control. 1991. V. AC-36. No. 6. P. 668-683.
16. *Yousuff A., Skelton R.E.* Controller reduction by component cost analysys // IEEE Trans. Automat Control. 1984. V. AC-29. No. 4. P. 520-530.